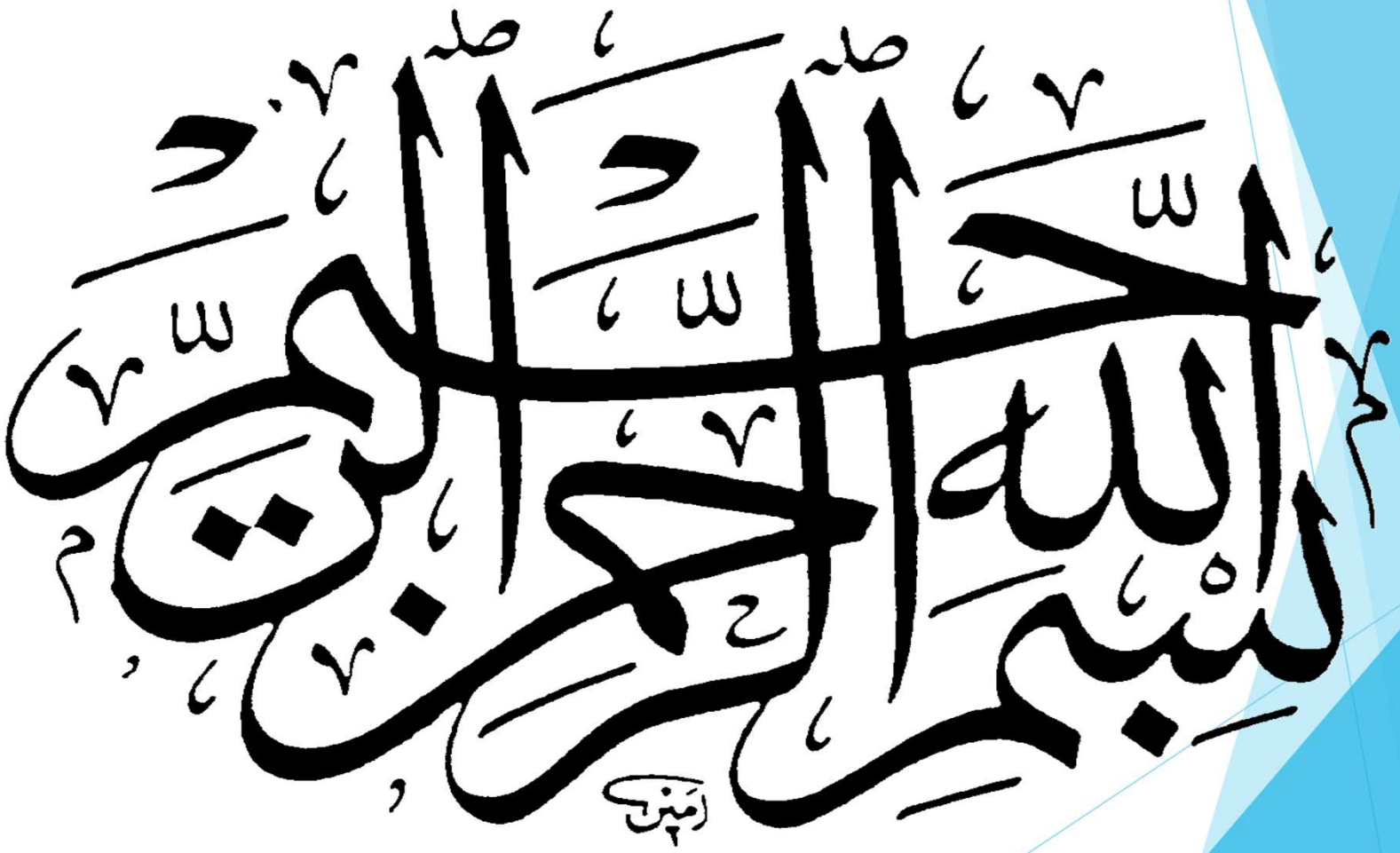

بسم الله الرحمن الرحيم

احمد ثمریها

a.samariha@gmail.com

استاتیک و مقاومت مصالح

تعریف علم مکانیک

علم مکانیک علمی است که شرایط سکون و حرکت اجسام تحت تاثیر نیرو را بررسی میکند

حوزه های علم مکانیک:

۱. مکانیک اجسام صلب

الف) استاتیک: اجسام صلب ساکن را مورد بررسی قرار میدهد.

ب) دینامیک: اجسام صلب متحرک را مورد بررسی قرار میدهد.

۲. مکانیک اجسام تغییر شکل پذیر (مقاومت مصالح)

۳. مکانیک سیالات (مایعات و گازها)

مفاهیم اصلی در علم مکانیک

۱. فضا (Space)

ناحیه هندسی است که رویدادخای فیزیکی در آن رخ میدهد. موقعیت هر نقطه در فضا را مکان مینمانیم که نسبت به یک نقطه مرجع تعیین میشود و واحد اندازه گیری آن در سامانه SI، متر است.

۲. زمان (Time)

فاصله بین وقوع دو رویداد فیزیکی زمان نام دارد و واحد اندازه گیری آن ثانیه (s) است.

۳. جرم (Mass)

هر چیزی که فضا را اشغال نماید ماده نام دارد و جسم ماده ای است که به وسیله یک سطح بسته محدود شده است. مقدار ماده تشکیل دهنده هر جسم را جرم آن جسم می نماند و واحد اندازه گیری آن کیلوگرم (Kg) است.

٤. نیرو (Force)

تاثیر یک جسم بر جسم دیگر را نیرو می نامند و واحد اندازه گیری آن نیوتن (N) است.

فرضیات علم مکانیک

۱. جسم صلب(Rigid Body)

جسمی است که در اثر اعمال نیرو تغییر شکل ندهد

۲. نقطه مادی (Particle)

جسمی است که از ابعاد آن صرف نظر میشود، به عنوان مثال میتوان کره زمین را در فضا به صورت یک نقطه مادی در نظر گرفت.

قوانین نیوتن

۱. قانون اول نیوتن

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد، آنگاه

الف) اگر جسم ساکن باشد تا ابد ساکن باقی می ماند

ب) اگر در حال حرکت باشد به حرکت یکنوخت و مستقیم الخط خود ادامه میدهد.

۲. قانون دوم نیوتن

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر نباشد. آن جسم شتابی متناسب با مجموع نیروها و در راستای آن میگیرد. قانون دوم نیوتن با رابطه زیر تعیرف میشود.

$$F=ma$$

که در این رابطه:

F مجموع نیروهای وارد بر جسم بر حسب N

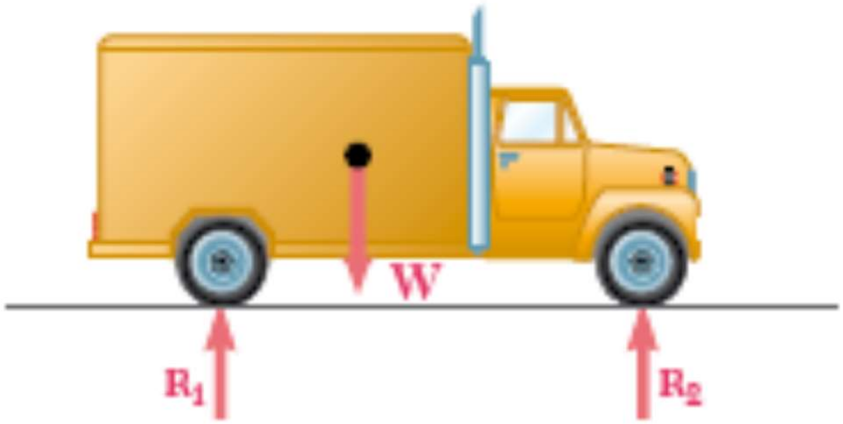
M جرم جسم بر حسب Kg

A شتاب ایجاد شده در جسم بر حسب m/s^2 است.

قوانین نیوتن

۳. قانون سوم نیوتن

هر عملی را عکس العملی است مساوی با آن و در جهت خلاف آن



کمیتهای فیزیکی

۱. کمیتهای عددی یا اسکالر

کمیتهایی هستند که فقط دارای اندازه یا مقدار هستند، مانند جرم، زمان، طول جسم و کار و انرژی.

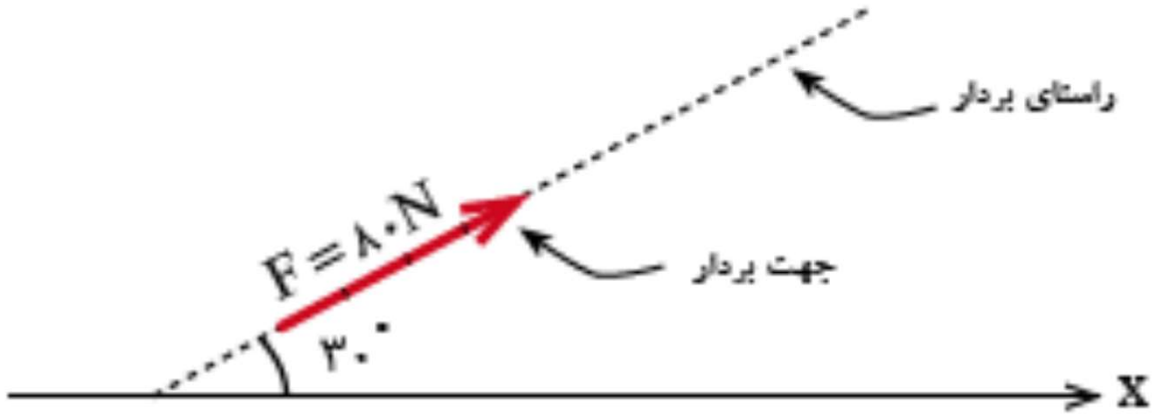
۲. کمیتهای برداری

کمیتهایی هستند که علاوه بر مقدار دارای جهت و راستا نیز هستند. مانند بردارهای نیرو، گشتاور، سرعت، شتاب و جابجایی.

بردارها (Vector)

هر بردار به صورت یک پیکان با طولی متناسب با مقدار آن ترسیم میشود

به عنوان مثال در شکل زیر بردار نیروی (F) با مقدار 80 N و با زاویه ۳۰ درجه نسبت به محور x و در جهت و راستای نشان داده شده ترسیم شده است.



انواع بردارها

۱. بردار لغزان

۲. بردار ثابت

۳. بردارهای هم سنگ

٤. بردارهای زوج

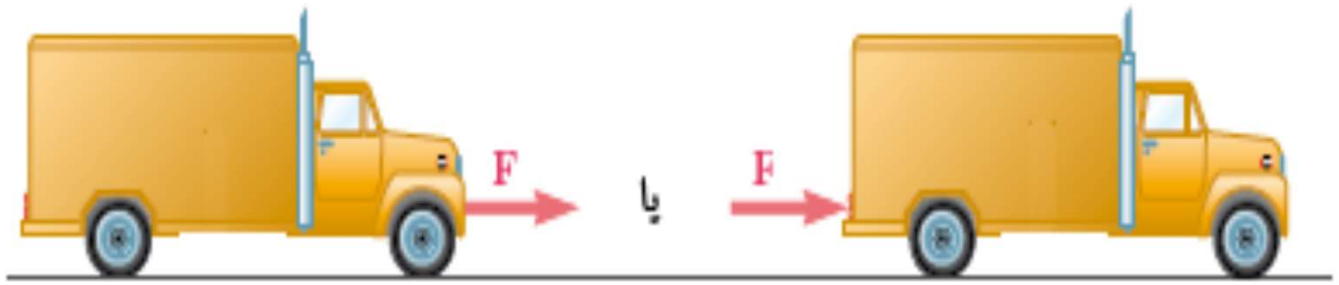
٥. بردارهای مخالف

٦. بردار یکه

۷. بردار نیرو

بردار لغزان

برداری است که اگر در راستای خود جابجا شود، اثر آن بر جسم تغییر ننماید. همانند نیروی F در شکل

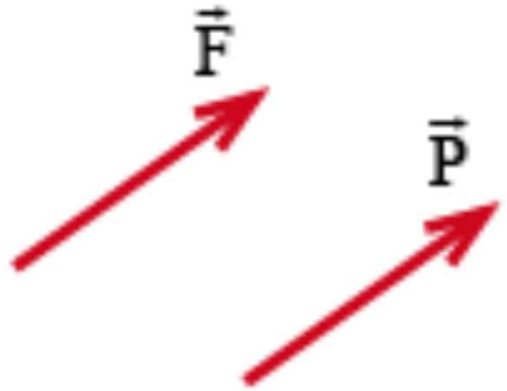


بردار ثابت

برداری است که مکان معینی را در فضا اشغال میکند و نمیتوان آن را جابجا نمود. مثلا ضربه ای که به سر انسان وارد میشود با ضربه ای که با همان مقدار و همان جهت به پای او وارد می آید متفاوت است.

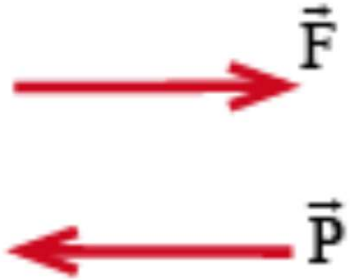
بردارهای هم سنگ

دو بردار مساوی، موازی و هم جهت را بردارهای هم سنگ گویند.



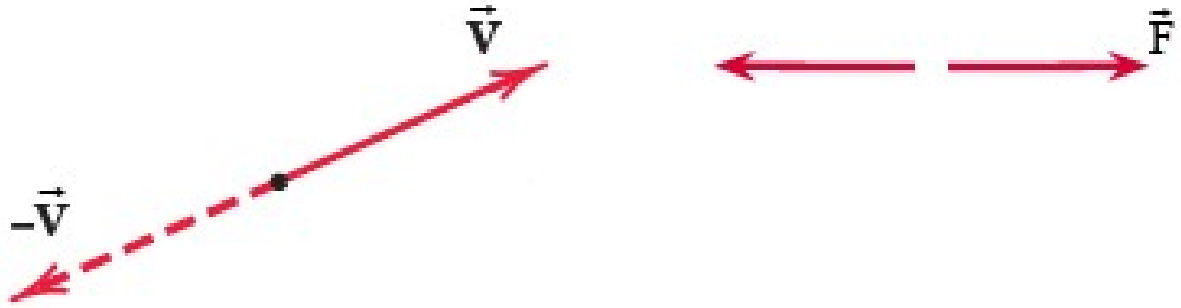
بردارهای زوج

دو بردار مساوی، موازی و مختلف الجهت را بردار زوج گویند.



بردارهای مخالف

دو بردار مساوی، هم راستا و مختلف الجهت را بردارهای مخالف گویند.



بردار یکه (واحد)

برداری که مقدار (اندازه) آن برابر واحد است را بردار یکه یا واحد گویند

بردار نیرو

برداری است که علاوه بر مقدار، جهت و راستا دارای نقطه اثر نیز باشد و واحد اندازع گیری آن نیوتن (N) است و مطابق قانون دوم نیوتن به صورت زیر تعریف میشود:

تعریف نیوتن با استفاده از قانو دوم نیوتن

یک نیوتن مقدار نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود، در آن شتابی معادل یک متر بر مجذور ثانیه و در جهت اعمال نیرو ایجاد نماید.

$F=ma$

$1N=1Kg*1m/s^2$

روشهای جمع و تفریق بردارها

عملیات جمع و تفریق کمیتهای برداری با جمع و تفریق کمیتهای عددی (اسکالر) متفاوت است.

روشهای جمع و تفریق بردارها

الف) روش ترسیمی

ب) محاسباتی

روش ترسیمی

در این روش با استفاده از وسایل ترسیم و مقیاس جمع و تفریق بردارها انجام میشود. روشهای ترسیمی جمع و تفریق بردارها شامل سه روش زیر است:

روش مثلث

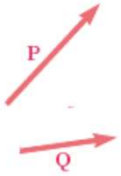
روش متوازی الاضلاع

روش چندضلعی

لازم به ذکر است روشهای مثلث و متوازی الاضلاع برای مجموع یا تفاضل دو بردار و روش چندضلعی برای مجموع یا تفاضل بیش از دو بردار مناسب است.

روش مثلث

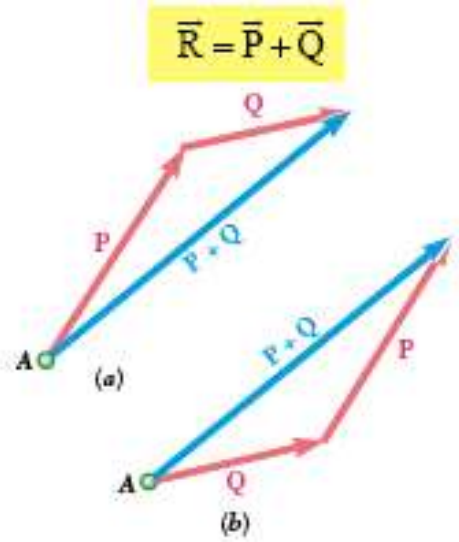
دو بردار P و Q مطابق شکل مفروض است. برای به دست آوردن مجموع آنها یعنی P+Q بصورت زیر عمل میکنیم.



۱. از نقطه دلخواه مانند A هم سنگ یکی از بردارها ترسیم میشود.

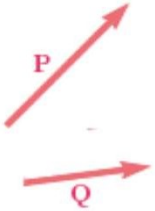
۲. از انتهای بردار اول هم سنگ بردار دوم ترسیم میشود.

۳. برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار دوم وصل میشود مجموع دو بردار خواهد بود که مقدار آن به وسیله خط کش مقیاس اندازه گیری میشود.



روش متوازی الاضلاع

دو بردار P و Q مطابق شکل مفروض است. برای به دست آوردن مجموع آنها یعنی R=P+Q بصورت زیر عمل میکنیم.

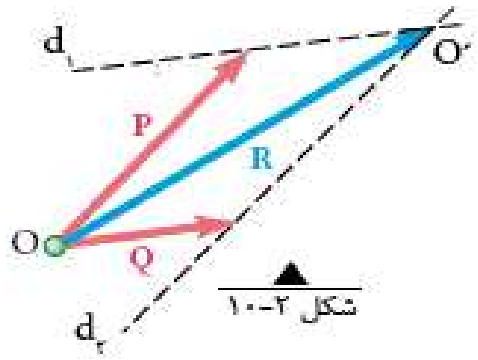


۱. از نقطه دلخواه مانند O هم سنگ بردارهای P و Q ترسیم میشود.

۲. از انتهای بردار P به موازات بردار Q خطی ترسیم میشود (خط d1)

۳. از انتهای بردار Q به موازات بردار P خطی ترسیم میشود (خط d2) تا خط d1 را در نقطه O قطع نماید.

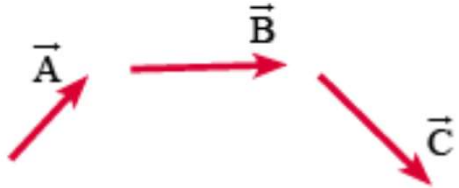
٤. برداری که از O به O’ ترسیم میشود همان مجموع دو بردار P و Q یعنی R خواهد بود که مقدار آن به ووسیله خط کش مقیاس برداشت میشود.



شکل ۲-۱۰

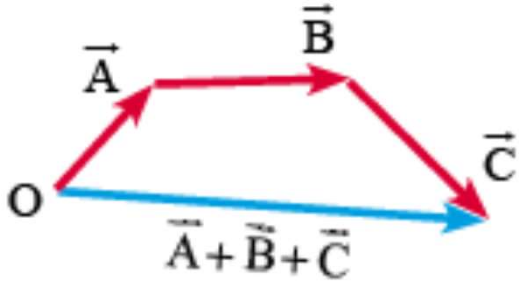
روش چند ضلعی

در این روش به منظور ترسیم مجموع چند بردار مانند شکل از یک نقطه دلخواه مانند O هم سنگ بردار اول را رسم کرده و از انتهای بردار رسم شده هم سنگ بردار دوم ترسیم میشود. این روند تا ترسیم تمامی بردارها ادامه می یابد. برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر رسم میشود مجموع بردارها خواهد بود.



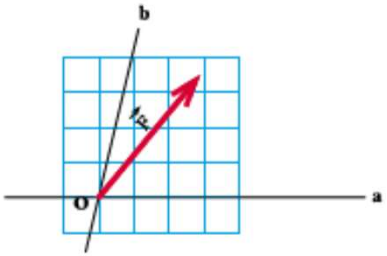
نکته ۱) هرگاه انتهای آخرین بردار بر ابتدای بردار اول منطبق گردد (یک چندضلعی بسته تشکیل شود)، مجموع بردارها صفر خواهد بود.

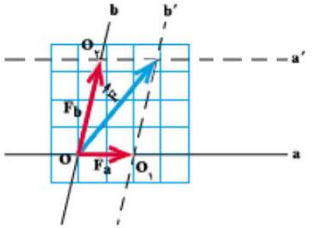
نکته ۲) در حالتی که بردارها موازی یا هم راستا باشند، برای جمع و تفریق آنها کافی است با در نظر گرفتن جهت بردارها، آنها را روی یک محور ترسیم نمود.



تجزیه یک بردار به مولفه های آن به روش ترسیمی

دو بردار با امتداد و مقادیر مشخص را میتوان با استفاده از روشهای مثلث یا متوازی الاضلاع با یکدیگر جمع نمود و مجموع آنها را به دست آورد، که این بردار مجموع را برآیند دو بردار اولیه نیز مینامند. حال چنانچه دو امتداد دلخواه در صفحه داشته باشیم و برداری به نام F نیز داده شده باشد میتوان آنرا بر روی دو امتداد مورد نظر به شرح ذیل تجزیه نمود که عکس عمل جمع دو بردار می باشد.





1) از انتهای بردار F دو خط به موازات محورهای a و b ترسیم نموده (خطوط a' و b') تا آنها را در نقاط O1 و O2 قطع نماید.

۲) بردار OO1 مولفه F روی امتداد a خواهد بود که با Fa نشان داده میشود.

۳) بردار OO2 مولفه F روی امتداد b خواهد بود که با نماد Fb نشان داده میشود.

روش فوق روش کلی برای تجزیه یک بردار است. حالت خاصی از آن تجزیه یک بردار روی دو محور متعامد (عمود بر هم) است که کاربرد زیادی در حل مسائل ایستایی دارد.

تجزیه یک بردار به مولفه های متعامد آن در دستگاه مختصات دکارتی

مطابق شکل بردار **R** با زاویه **θ** نسبت به محور **x** مفروض است. میخواهیم آنرا روی محورهای متعامد **x** و **y** تجزیه نماییم. چنانچه مطابق مراحل سه گانه در بخش قبلی عمل کنیم به شکل زیر خواهیم رسید.

اندازه یا مقدار مولفه های **Rx** و **Ry** با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث رنگ شده شکل بالا محاسبه میشوند

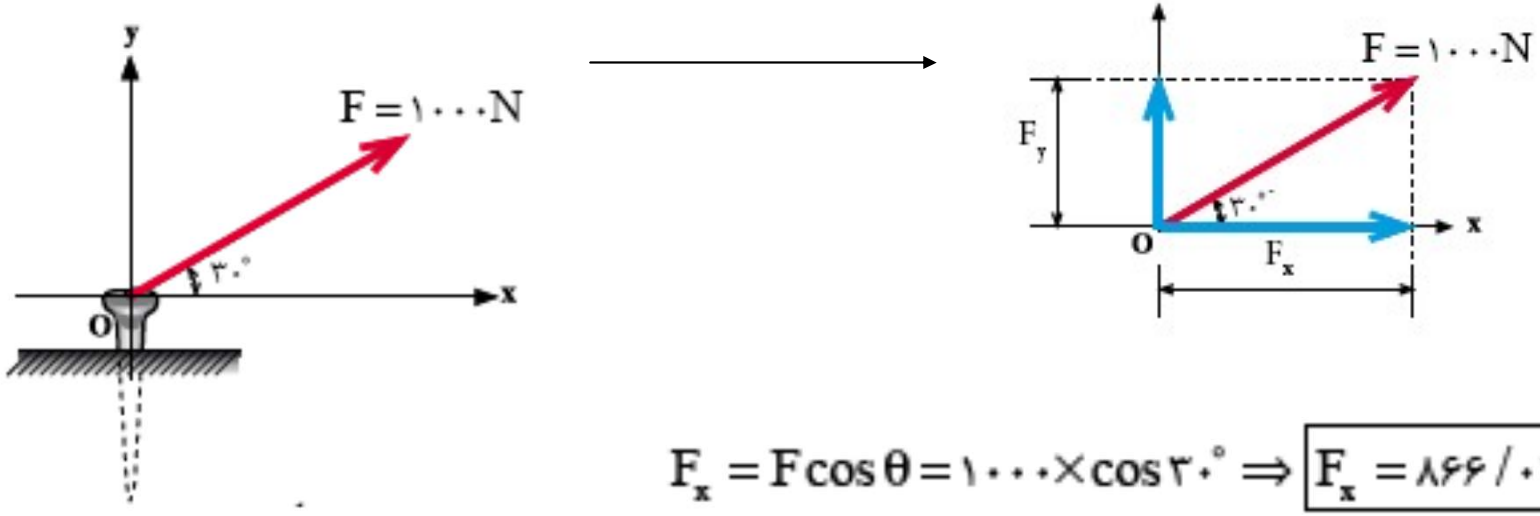
$$\cos\theta = \frac{R_x}{R} \Rightarrow \quad R_x = R.\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{R_y}{R} \Rightarrow \quad R_y = R.\sin\theta \qquad (۳-۲)$$

مثال

نیروی **F** مطابق شکل بر میخی وارد میشود. مطلوب است تجزیه این نیرو روی محورهای **x** و **y** و محاسبه مقادیر مولفه ها

حل: نیروی **F** را به مولفه های متعامد تجزیه میکنیم.



$$F_x = F\cos\theta = ۱۰۰۰ \times \cos ۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{F_x = ۸۶۶/۰۲\ N}$$

$$F_y = F\sin\theta = ۱۰۰۰ \times \sin ۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{F_y = ۵۰۰\ N}$$

نمایش برداری یک بردار در دستگاه مختصات دکارتی

در دستگاه مختصات دکارتی محورهای ox و oy بر یکدیگر عمود بوده و بردارهای واحد (یکه) روی آنها به ترتیب با i و j نمایش داده میشوند و برداری مانند بردار R در این دستگاه با رابطه زیر تعریف میشود:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

که در رابطه بالا Rx مولفه R روی محور x و Ry مولفه R روی محور y می باشد.

مثال

فرم برداری بردار F در مثال قبلی را بنویسید؟

حل:

فرم برداری بردار F به صورت F=Fxi+Fyj میباشد.

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$$

$$F_x = ۸۶۶/۰۲N$$

$$F_y = ۵۰۰N$$

بنابراین:

$$\boxed{\vec{F} = ۸۶۶/۰۲\vec{i} + ۵۰۰\vec{j}}$$

تعیین اندازه یک بردار با استفاده از مولفه های متعامد آن

همانطور که یک بردار را میتوان به دو مولفه روی امتدادهای مختلف تجزیه کرد میتوان به کمک مولفه های یک بردار، اندازه بردار و زاویه آنرا به کمک رابطه فیثاغورث و نسبتهای مثلثاتی تعیین کرد.

هرگاه برداری مانند R=Rxi+Ryj داشته باشیم، میتوان اندازه R و زاویه آنرا با امتداد x بصورت زیر تعیین نمود:

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} \qquad (۵-۲)$$

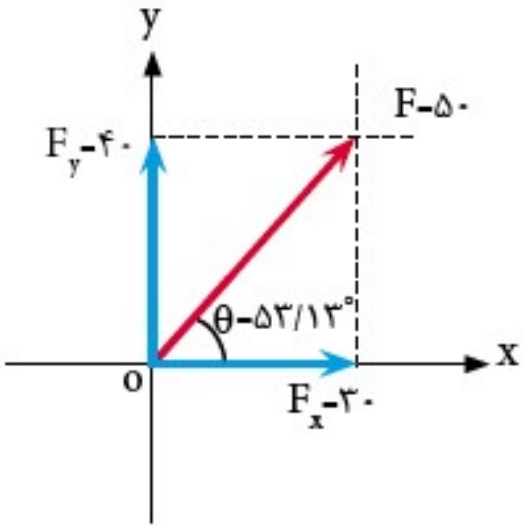
مقدار (اندازه) بردار R

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \qquad (۶-۲)$$

زاویه بردار R نسبت به محور x ها

مثال

بردار F=(30i+40j) را ترسیم نموده، مقدار و زاویه آنرا با محور x ها بدست آورید.



$$F = \sqrt{F_x^{۲} + F_y^{۲}} \Rightarrow F = \sqrt{۳۰^{۲} + ۴۰^{۲}} \Rightarrow \boxed{F = ۵۰}$$

$$\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{F_y}{F_x}\right| \Rightarrow \theta = \tan^{-۱}\left|\frac{۴۰}{۳۰}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۵۳/۱۳^\circ}$$

نیرو

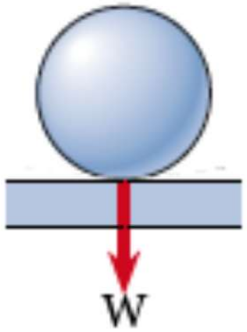
نیرو کمیتی است برداری که میتواند باعث ایجاد حرکت، تغییر شکل یا چرخش در اجسام گردد.

انواع نیرو

۱. نیروهای خارجی

نیروهایی هستند که از محیط اطراف و در خارج از وجود جسم به آن وارد میشوند.

مکانیک اجسام صلب (استاتیک) فقط به نیروهای خارجی توجه دارد: مانند وزن گوی در شکل که به کف وارد میشود.



الف) نیروهای متمرکز

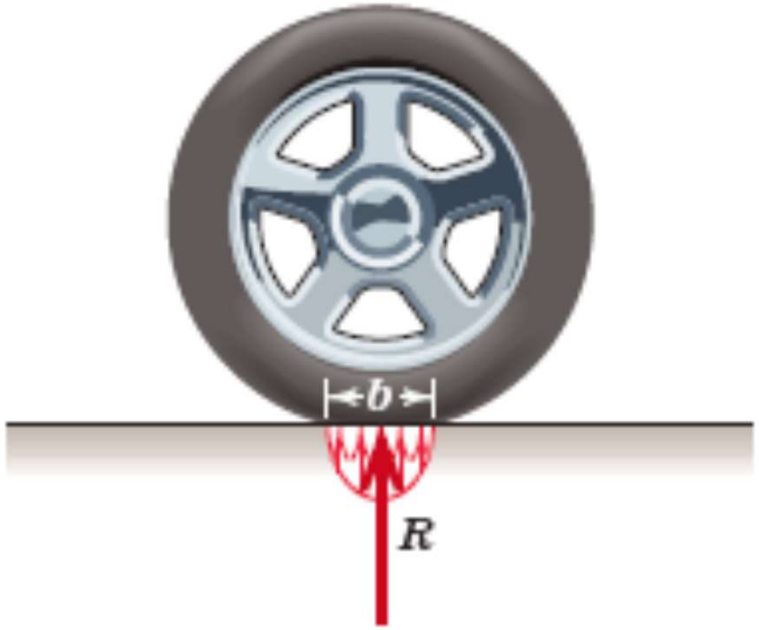
ب) نیروهای گسترده

۲. نیروهای داخلی

نیروهایی هستند که در داخل جسم و بین ذرات تشکیل دهنده آن ایجاد میشوند، مانند نیرویی که شخص هنگام اجرای بارفیکس در دستان خود احساس میکند، در مکانیک اجسام تغییر شکل پذیر (مقاومت مصالح) به نیروهای داخلی توجه میشود.

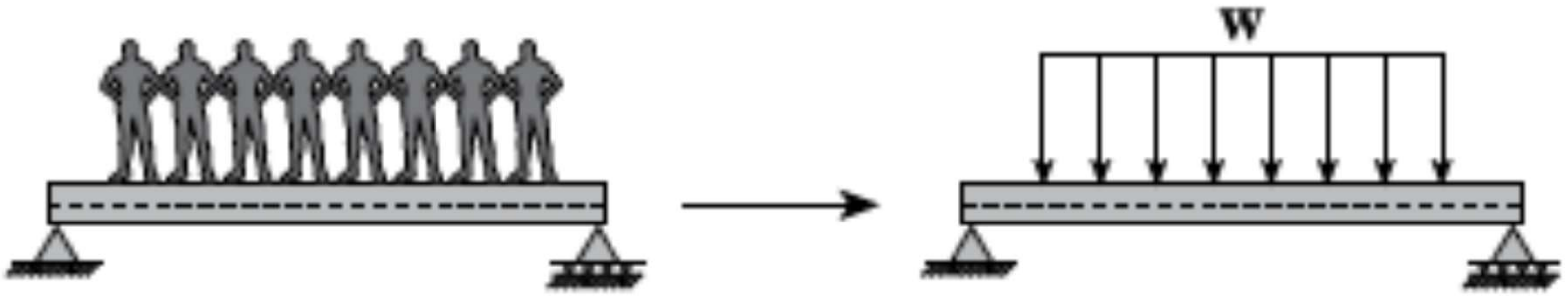
نیروهای متمرکز

اگر نیرو به طول کوچکی از جسم وارد گردد آنرا نیروی متمرکز گویند.



نیروهای گسترده

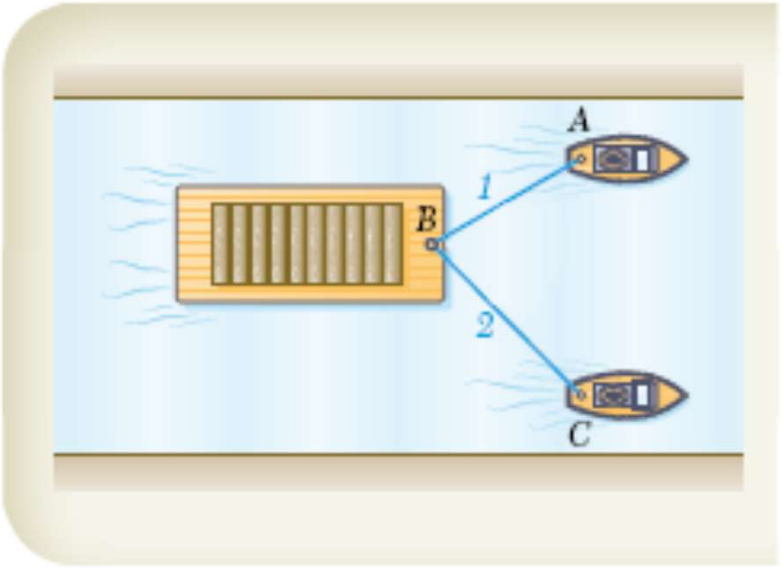
اگر نیرو در طول قابل توجهی از جسم پخش گردد آنرا نیروی گسترده گویند



برآیند دو یا چند نیرو

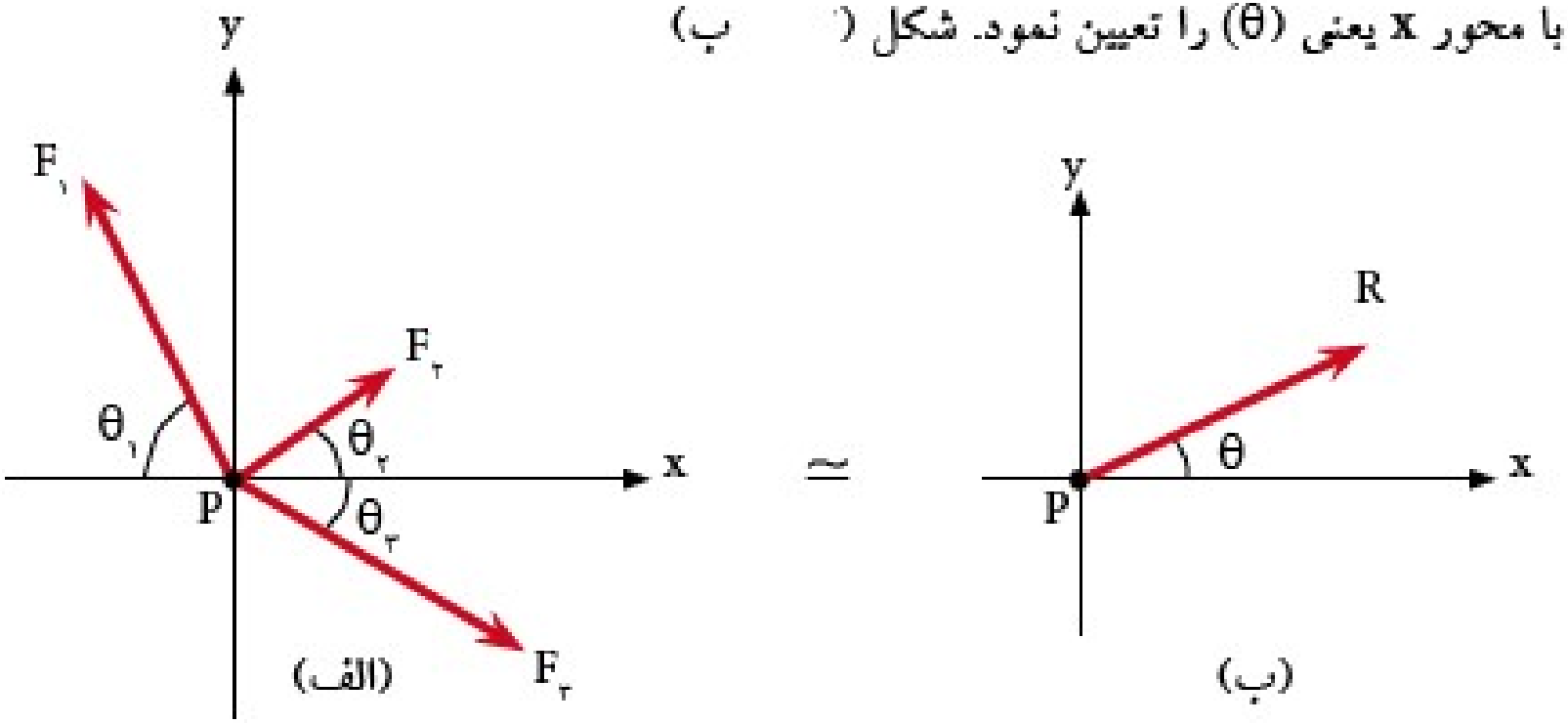
منظور از برآیند دو یا چند نیرو عبارت است از جمع بردارهای آنها، بنابریان بردار برآیند به تنهایی اثر همه نیروهای وارد به جسم را دارد.

به عنوان مثال در شکل زیر شناور B در مسیری به حرکت در می آید که در واقع امتداد بردار برآیند دو نیروی وارده از طرف قایقهای A و C خواهد بود. این بدان معناست که میتوان به جای دو نیروی مذکور برآیند آنها را در امتداد مسیر حرکت شناور قرار داده و آنرا به حرکت در آورد.



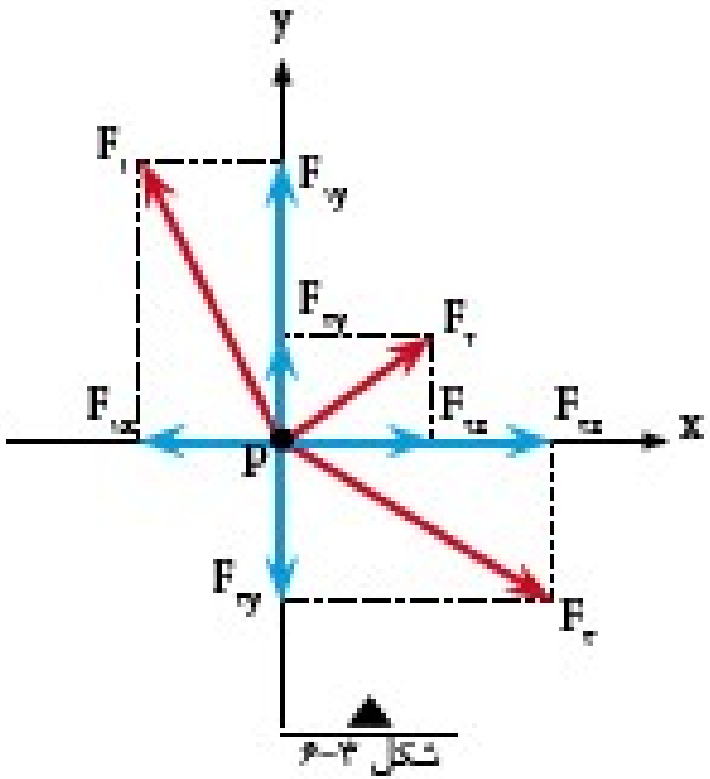
محاسبه برآیند سامانه چند نیرویی وارد به نقطه مادی

هر گاه بر یک نقطهٔ مادی مانند P مطابق شکل (الف) نیروهای F_1 و F_2 و F_3 وارد شود، به‌کمک تجزیه به‌شرح زیر می‌توان اندازهٔ برآیند این نیروها (R) و راستای برآیند با محور x یعنی (θ) را تعیین نمود. شکل (ب)



محاسبه برآیند سامانه چند نیرویی وارد به نقطه مادی

گام اول: تجزیه هر یک از نیروها روی محورهای x و y شکل



شکل ۳-۶

گام دوم: نمایش برداری تمامی نیروها بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$:

محاسبه برآیند سامانه چند نیرویی وارد به نقطه مادی

گام سوم: محاسبهٔ مجموع نیروهای هم‌راستا روی محورهای x و y

$$\overline{R_x} = \Sigma F_x \quad , \quad \overline{R_y} = \Sigma F_y$$

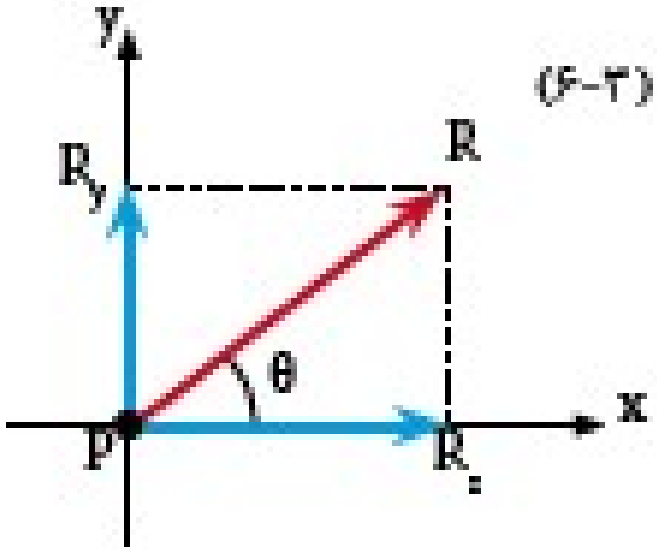
ΣF_x: مجموع مؤلفه‌های هم‌راستا با محور x

ΣF_y: مجموع مؤلفه‌های هم‌راستا با محور y

گام چهارم: نمایش برداری بردار برآیند (R) مطابق رابطهٔ (۳-۶)

$$\vec{R} = (\Sigma F_x \vec{i} + \Sigma F_y \vec{j})$$

گام پنجم: نمایش ترسیمی بردار برآیند مطابق شکل



محاسبه برآیند سامانه چند نیرویی وارد به نقطه مادی

گام ششم: محاسبهٔ اندازه (مقدار) برآیند با استفاده از رابطهٔ فیثاغورث

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

گام هفتم: محاسبهٔ زاویه برآیند با امتداد محور x ها (θ)

با استفاده از رابطهٔ تانژانت و با توجه به شکل ترسیم شده در گام پنجم

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right|$$

مثال

دو نیرو مطابق شکل توسط دو کابل بر یک منگ معدنی وارد می‌شود. مطلوب است:

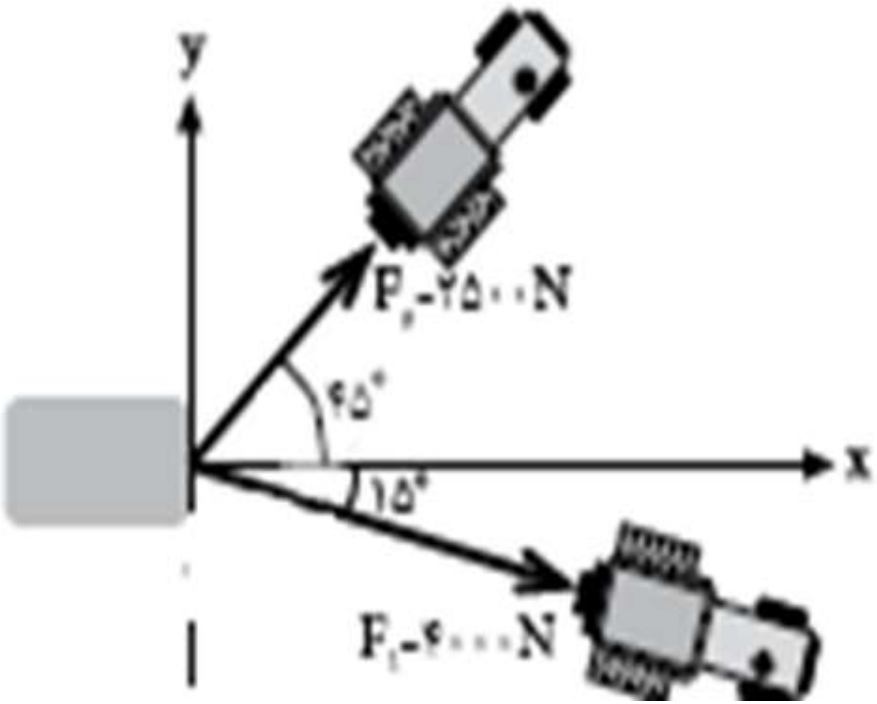
الف) نمایش برداری برآیند

ب) نمایش ترسیمی بردار برآیند

ج) محاسبهٔ اندازهٔ بردار برآیند

د) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ه) ترسیم مسیر جابه‌جایی منگ

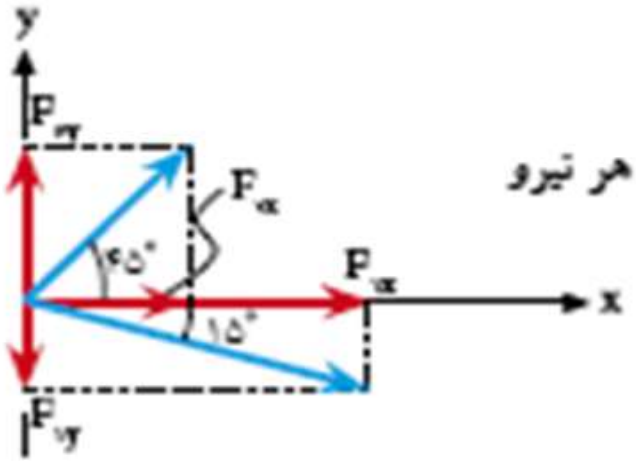


حل

الف)

گام اول:

- تجزیهٔ نیروها با توجه به اندازه و زاویهٔ هر نیرو



F_1 مؤلفه‌های

$$\begin{cases} F_{1x} = F_1 \cos\theta_1 = 4000 \times \cos 15^\circ \Rightarrow F_{1x} = 3863/70\ \text{N} \\ F_{1y} = F_1 \sin\theta_1 = 4000 \times \sin 15^\circ \Rightarrow F_{1y} = 1035/28\ \text{N} \end{cases}$$

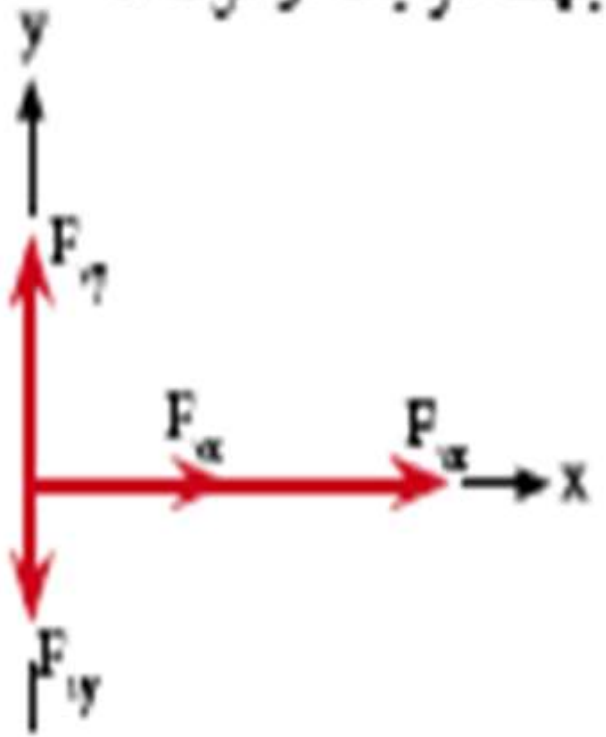
F_2 مؤلفه‌های

$$\begin{cases} F_{2x} = F_2 \cos\theta_2 = 2500 \times \cos 45^\circ \Rightarrow F_{2x} = 1767/77\ \text{N} \\ F_{2y} = F_2 \sin\theta_2 = 2500 \times \sin 45^\circ \Rightarrow F_{2y} = 1767/77\ \text{N} \end{cases}$$

حل

گام دوم:

- فرم برداری هر بردار با توجه به شکل مقابل و جهت هر یک از مؤلفه‌ها



$$\vec{F}_1 = -3863/70\ \vec{i} - 1035/28\ \vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = 1767/77\ \vec{i} + 1767/77\ \vec{j}$$

حل

گام سوم:

- تعیین مجموع نیروهای هم‌راستا با محورهای x و y (ΣF_x و ΣF_y)

$$R_x = \Sigma F_x = ۱۷۶۷/۷۷ + ۳۸۶۳/۷۰ \Rightarrow R_x = ۵۶۳۱/۴۷ \ N$$

$$R_y = \Sigma F_y = ۱۷۶۷/۷۷ - ۱۰۳۵/۲۸ \Rightarrow R_y = ۷۳۲/۴۹ \ N$$

گام چهارم:

- نمایش برداری بردار برآیند

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{R} = ۵۶۳۱/۴۷ \ \vec{i} + ۷۳۲/۴۹ \ \vec{j}}$$

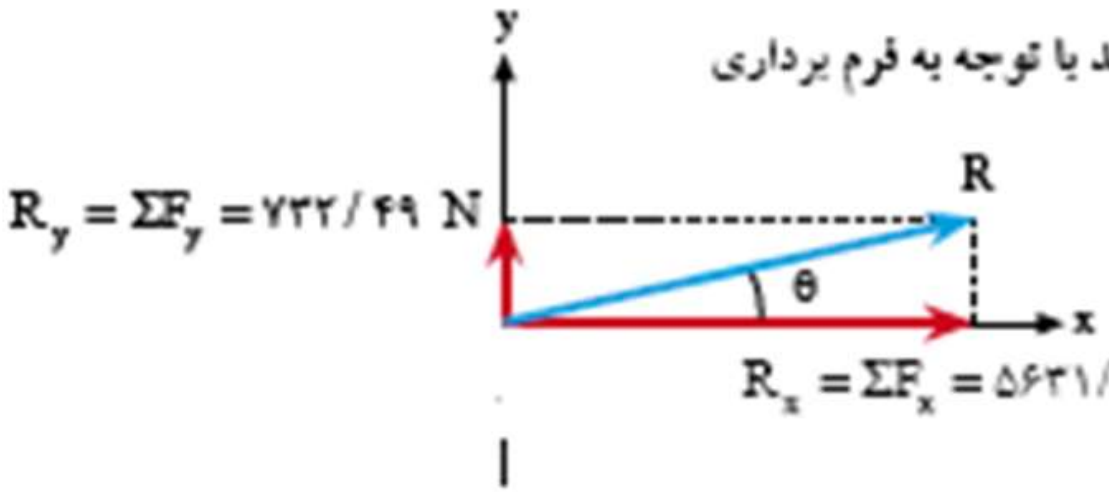
حل

گام پنجم:

- نمایش ترسیمی بردار برآیند با توجه به فرم برداری

بردار برآیند

و روش متوازی‌الاضلاع



ج)

گام ششم:

- محاسبهٔ اندازهٔ برآیند به کمک رابطهٔ (۳-۷)

$$R = \sqrt{R_x^{۲} + R_y^{۲}} \Rightarrow R = \sqrt{۵۶۳۱/۴۷^{۲} + ۷۳۲/۴۹^{۲}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = ۵۶۷۸/۹۱\ N}$$

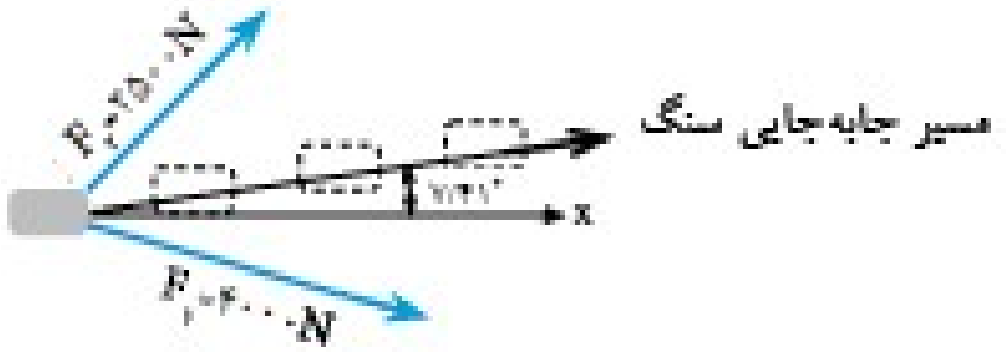
حل

گام هفتم:

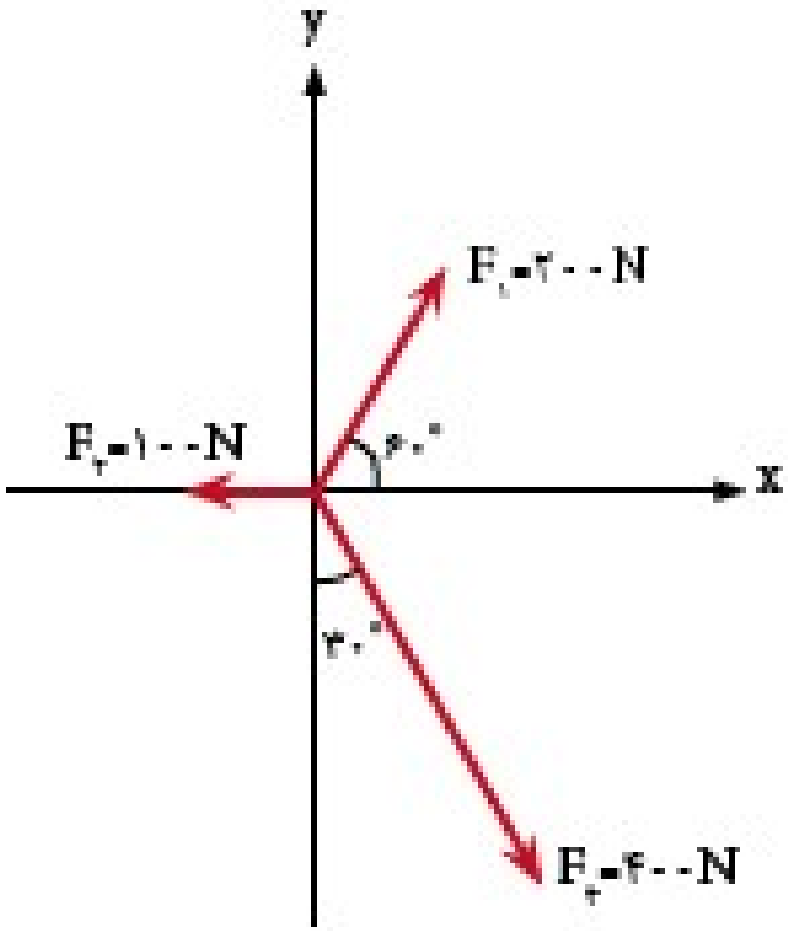
– محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با محور x ها به کمک رابطهٔ (۳-۸)

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left|\frac{۷۲۲/۴۹}{۵۶۳۱/۷۰-}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۷/۴۱^\circ}$$

ه) مسیر جابه‌جایی سنگ در راستای بردار برآیند مطابق شکل زیر خواهد بود.



مثال



در شکل روبه‌رو مطلوب‌است:

الف – محاسبهٔ مقدار برآیند نیروها

ب – محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ج – ترسیم بردار برآیند

د – نمایش برداری بردار برآیند

حل

الف) تجزیهٔ هر یک از نیروها با توجه به روابط $F_x=F\cos\theta$, $F_y=F\sin\theta$ و زاویهٔ هر نیرو با محور x ها:

$$\vec{F}_1 = 200\cos 60^\circ \vec{i} + 200\sin 60^\circ \vec{j} = 100\,\vec{i} + 173.2\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -100\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_3 = 400\cos 60^\circ \vec{i} - 400\sin 60^\circ \vec{j} = 200\,\vec{i} - 346.4\,\vec{j}$$

$$\vec{R}_x = \Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

$$\vec{R}_x = \Sigma F_x = 100 - 100 + 200 \Rightarrow \vec{R}_x = 200\ \mathrm{N}$$

$$\vec{R}_y = \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$

$$\vec{R}_y = \Sigma F_y = 173.2 + 0 - 346.4 \Rightarrow \vec{R}_y = -173.2\ \mathrm{N}$$

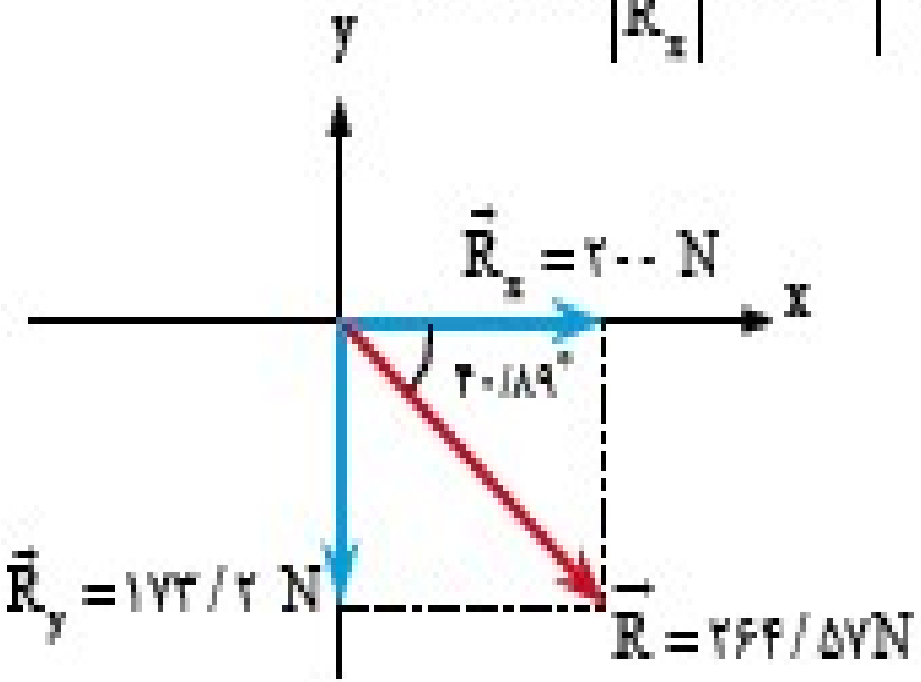
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{200^2 + (-173.2)^2} \Rightarrow \boxed{R = 264.57\ \mathrm{N}}$$

حل

ب)

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{-۱۷۳/۲}{۲۰۰}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۴۰/۸۹^\circ}$$

ج)



د)

$$\vec{R} = ۲۰۰\,\vec{i} - ۱۷۳/۲\,\vec{j}$$