$$\left|\begin{array}{ccccc} ۸ & -۵ & -۲ & ۸ & -۵ \\ -۱۰ & ۲۳ & -۵ & -۱۰ & ۲۳ \\ -۴ & -۵ & ۹ & -۴ & -۵ \end{array}\right| = ۱۴۵۶ - ۸۳۴ = ۶۲۲$$

$$\underbrace{۱۸۴ + ۲۰۰ + ۴۵۰}_{۸۳۴}$$

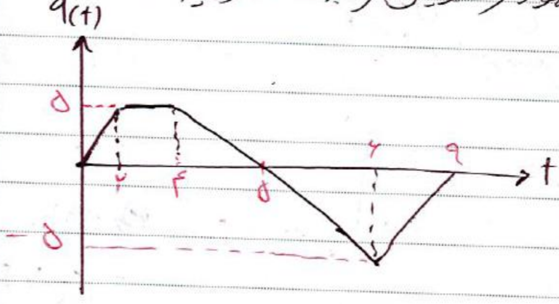
$$\underbrace{۱۶۵۶ - ۱۰۰ - ۱۰۰}_{۱۴۵۶}$$

هفته‌ی چهارم = حالت گذرا

تعریف جریان :

$$\boxed{i_{(t)} = \frac{dq(t)}{dt}}$$

مثال ؛ در نمودار داده شده زیر نمودار جریان را بدست آورید.



$$q - q_A = \frac{q_B - q_A}{t_B - t_A}(t - t_A)$$

① $\Rightarrow q - ۰ = \frac{۵ - ۰}{۲ - ۰}(t - ۰) \Rightarrow q_{(t)} = ۲/۵\, t$

② $\Rightarrow q - ۵ = \frac{۵ - ۵}{۴ - ۲}(t - ۲) \Rightarrow q(t) = ۵$

③ $\Rightarrow q - ۵ = \frac{۵ - (-۵)}{۴ - ۶}(t - ۴) \Rightarrow q(t) = -۵t + ۲۵$

④ $\Rightarrow q + ۵ = \frac{-۵ - ۰}{۶ - ۹}(t - ۶) \Rightarrow q(t) = \frac{۵}{۳}(t) - ۱۵$

HELIA

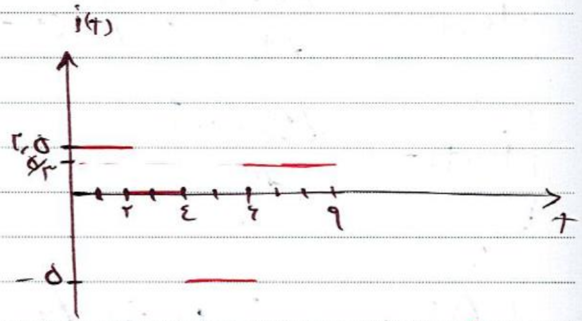
مشتق

$$① \Rightarrow i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \overset{\downarrow}{=} ۲٫۵$$

$$② \Rightarrow i(t) = \text{"} = ۰$$

$$③ \Rightarrow i(t) = \text{"} = -۵$$

$$④ \Rightarrow i(t) = \text{"} = \frac{۵}{۳}$$



$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \int_{q(۰)}^{q(t)} dq(t) = \int_۰^t i(t)\,dt \Rightarrow \Big[q(t)\Big]_{q(۰)}^{q(t)} = \int_۰^t i(t)\,dt$$

$$q(t) - q(۰) = \int_۰^t i(t)\,dt \Longrightarrow \boxed{q(t) = \int_۰^t i(t)\,dt + q(۰)}$$

انرژی مصرف شده در واحد زمان

انرژی : کار

تعریف توان :

$$\boxed{P(t) = \frac{dw(t)}{dt}}$$

$$\int_{w(۰)}^{w(t)} dw(t) = \int_۰^t P(t)\,dt \Rightarrow \Big[w(t)\Big]_{w(۰)}^{w(t)} = \int_۰^t P(t)\,dt$$

$$w(t) - w(۰) = \int_۰^t P(t)\,dt \longrightarrow \boxed{w(t) = \int_۰^t P(t)\,dt + w(۰)}$$

خازن:

$$i_c(t) = \frac{dq_c(t)}{dt} \quad , \quad q_c(t) = c\,V_c(t) \Rightarrow dq_c(t) = c\,dV_c(t)$$

$$\boxed{i_c(t) = c\,\frac{dV_c(t)}{dt}}$$ معادله جریان خازن

$$\int_{V_c(0)}^{V_c(t)} dV_c(t) = \int_0^t \frac{1}{c}\, i_c(t)\,dt \Rightarrow \Big[V_c(t)\Big]_{V_c(0)}^{V_c(t)} = \frac{1}{c}\int_0^t i_c(t)\,dt$$

$$\boxed{V_c(t) = \frac{1}{c}\int_0^t i_c(t)\,dt + V_c(0)}$$ معادله‌ی ولتاژ خازن

انرژی ذخیره شده در خازن:

$$W_c(t) = \int_0^t P_c(t)\,dt + W(0)$$ ۰ اگر خازن در لحظه اول انرژی نداشته باشد.

$$W_c(t) = \int_0^t V_c(t)\cdot i_c(t)\cdot dt = \int_0^t c\,V_c(t)\,\frac{dV_c(t)}{\cancel{dt}}\cdot\cancel{dt}$$

$$= \int_0^t c\,V_c(t)\,dV_c(t) = c\left[\frac{V_c^{۲}(t)}{۲}\right]_0^t = \boxed{\frac{1}{۲}\,c\,V_c^{۲}(t)}$$

سلف:

$$v_L(t) = \frac{d\varphi_L(t)}{dt}, \quad \varphi_L(t) = L\, i_L(t) \Rightarrow d\varphi_L(t) = L\, di_L(t)$$

$$\boxed{v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}}$$

معادله ولتاژ سلف

$$\int_{i(0)}^{i(t)} di_L(t) = \int_0^t \frac{1}{L} v_L(t)\, dt \Rightarrow \Big[i_L(t)\Big]_{i(0)}^{i(t)} = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(t)\, dt$$

$$\boxed{i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(t)\, dt + i_L(0)}$$

معادله جریان سلف

انرژی ذخیره شده در سلف:

$$w_L(t) = \int_0^t p(t)\, dt + \underbrace{w_L(0)}_{\to 0}$$

اگر سلف در لحظه اول انرژی نداشته باشد

$$w_L(t) = \int_0^t v_L(t)\cdot i_L(t)\cdot dt = \int_0^t L\, i_L(t)\cdot \frac{di_L(t)}{\cancel{dt}}\cdot \cancel{dt}$$

$$= \int_0^t L\, i_L(t)\, di_L(t) = L\left[\frac{i_L^2(t)}{2}\right]_0^t = \boxed{\frac{1}{2} L\, i_L^2(t)}$$

Subject:
Year: Month: Date:

مدار RC در حالت گذرا ←

~~ورودی صفر ← خازن قبلاً ولتاژ داشته و بعد از زدن کلید ولتاژ داده نشده است.~~

~~حالت صفر: خازن قبلاً ولتاژ داده نشده است و بعد از زدن کلید ولتاژ داده شده است.~~

~~پاسخ کامل: خازن قبلاً ولتاژ داشته و با زدن کلید مجدداً ولتاژ داده شده است~~

$\tau = R_{eq} \cdot C$

مدار RL در حالت گذرا

مدار RC در حالت گذرا:

← ورودی صفر: خازن قبلاً ولتاژ داشته و بعد از زدن کلید ولتاژ داده نشده است.

$V_{C(t)} = V_{C(0)} e^{-t/\tau}$ رابطه نمایی

← حالت صفر: خازن قبلاً ولتاژ داده نشده است و بعد از زدن کلید ولتاژ داده شده است.

$V_{C(t)} = V_{C}(\infty)(1 - e^{-t/\tau})$ رابطه نمایی

← پاسخ کامل: خازن قبلاً ولتاژ داشته و با زدن کلید مجدداً ولتاژ داده شده است. جمع دوتای بالا

$V_{C(t)} = (V_{C(0)} - V_{C}(\infty)) e^{-t/\tau} + V_{C}(\infty)$ رابطه نمایی

$\tau = R_{eq} \cdot C$

↓

تونن و نورتن

$V_{C}(0)$ ← در $t<0$ (قبل از کلیدزنی) خازن را برداشته و ولتاژ دو سر جای خازن را توسط KCL بدست آورید.

$\boxed{V_{C}(0^-) = V_{C}(0^+)}$

// // // // // // $V_{C}(\infty)$ ← در $t>0$ (بعد از کلیدزنی)

τ ← در $t>0$ خازن را برداشته و مقاومت دیده شده از جای خازن را بدست می آوریم. R_{eq} ← منابع مستقل هم برابر

مدار باز

HELIA

مدار RL در حالت گذرا

ورودی صفر ← سلف قبلا جریان داشته و با زدن کلید جریان به سلف داده نشود.

$I_L(t) = I_L(0) e^{-t/\tau}$ رابطه نمایی

حالت صفر ← سلف قبلاً جریان نداشته و با زدن کلید جریان به سلف داده شود.

$I_L(t) = I_L(\infty)(1 - e^{-t/\tau})$ رابطه نمایی

پاسخ کامل ← سلف قبلاً جریان داشته و با زدن کلید مجدداً جریان داده شود.

$I_L(t) = (I_L(0) - I(\infty)) e^{-t/\tau} + I_L(\infty)$ رابطه نمایی

$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$

R_{eq} ↓ تونن و نورتن

$\boxed{I_L(0^-) = I_L(0^+)}$

$I_L(0)$ ← در $t<0$ سلف را برداشته و جای آن را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری از جای سلف را توسط KVL بدست آورید.

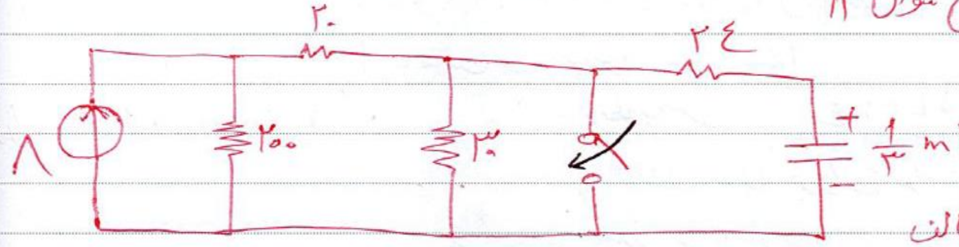
$I_L(\infty)$ ← در $t>0$ 〃 〃 〃 〃 〃 〃

τ ← در $t>0$ سلف را برداشته و مقاومت دیده شده از جای سلف را بدست می آوریم. Req

سلف ↓ مدار باز

منبع مستقل هم را

مثال: حل سوال ۱۳

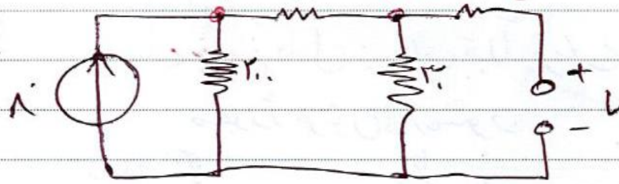

۸
۲۰۰
۲۰
۳۰
۲۴
+
−
$\frac{1}{3}$ mF

الف) $v_C(t) = ?$

ب) $v_C(t) = 0.1\, v_C(0) \to t = ?$

حل:

$t<0 \Longrightarrow$


v_1
۲۰
v_2
۲۴
۸
۲۰۰
۳۰
+
−

$v_{C(0)} = v_2 = ?$

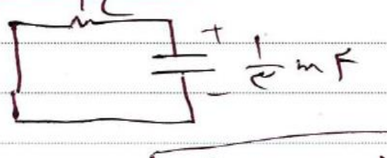
$$\begin{array}{l} \times 200 \\ \times 60 \end{array} \begin{cases} -8 + \frac{v_1}{200} + \frac{v_1 - v_2}{20} = 0 \\ \frac{v_2 - v_1}{20} + \frac{v_2}{30} = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l} 3 \\ 11 \end{array} \begin{cases} 11v_1 - 10v_2 = 1600 \\ -3v_1 + 5v_2 = 0 \end{cases}$$

$$25 v_2 = 4800$$

$$v_2 = 192\ V$$

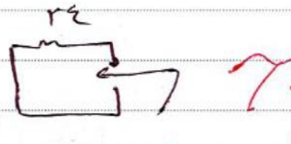
$$\boxed{v_C(0) = 192\ V}$$

$t>0$


۲۴
+
−
$\frac{1}{3}$ mF

ورودی صفر $\Rightarrow$ $\boxed{v_C(t) = v_C(0)\, e^{-t/\tau}}$

بدست آوردن τ:



$\tau = (24)(\frac{1}{3}\,m) = 8ms$

$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{8ms} = \frac{1000}{8} = 125$

HELIA

$$\boxed{V_{C(t)} = ۱۹۲ e^{-۱۲۵ t}}$$ الف

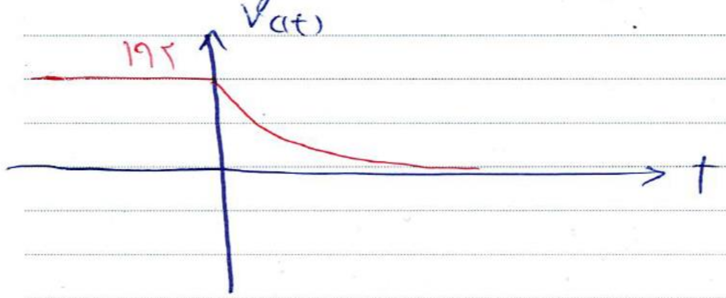
ب)

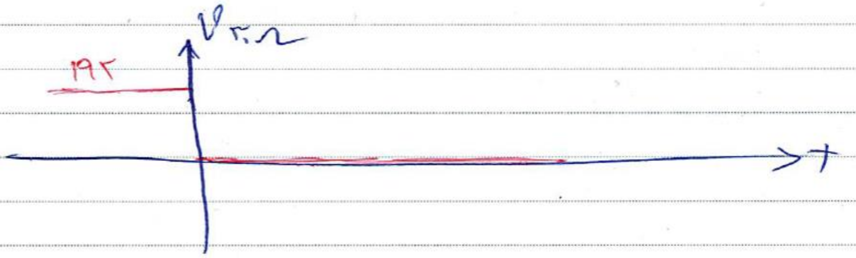
$$V_{C(t)} = ۰٫۱ V_{C(۰)}$$

$$\frac{۱۹۲ e^{-۱۲۵t}}{۱۹۲} = \frac{۱۹٫۲}{۱۹۲}$$

$$\boxed{\ln e = ۱}$$

$$\ln e^{-۱۲۵t} = \ln ۰٫۱ \longrightarrow \boxed{-۱۲۵t = -۲٫۳} \quad \boxed{t = ۱۸٫۴ \, ms}$$



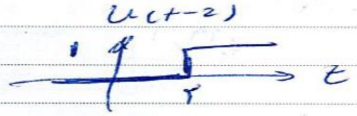


تابع پله واحد:

$$U(t) = \begin{cases} ۰ & t<۰ \\ ۱ & t\geqslant ۰ \end{cases}$$

$$U(-t) = \begin{cases} ۰ & t>۰ \\ ۱ & t\leqslant ۰ \end{cases}$$

$$U(t-۲) = \begin{cases} ۰ & t<۲ \\ ۱ & t\geqslant ۲ \end{cases}$$



$$\overset{u(-(t-۳))}{U(۳-t)} = \begin{cases} ۰ & t>۳ \\ ۱ & t\leqslant ۳ \end{cases}$$

$$-U(t+۳) = \begin{cases} ۰ & t<-۳ \\ -۱ & t\geqslant -۳ \end{cases}$$

$$U(t)+U(t-۲) = \begin{cases} ۰ & t<۰ \\ ۱ & ۰\leqslant t<۲ \\ ۲ & t\geqslant ۲ \end{cases}$$

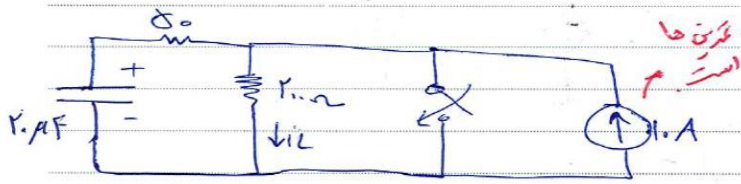
$$\downarrow \quad \begin{cases} ۰ & t<۰ \\ ۱ & t\geqslant ۰ \end{cases} \qquad \downarrow \quad \begin{cases} ۰ & t<۲ \\ ۱ & t\geqslant ۲ \end{cases}$$

مثال ورودی صفر

هفته ۹ ~~[illegible]~~ پنجم

Subject:
Year: Month: Date:

ص ۱۷ سوال ۱۶


۵۰
+
-
۲۰μF
۲۰۰Ω
iL
۱۰A

در تمرین ها ۸/۰/۱ است ۳.

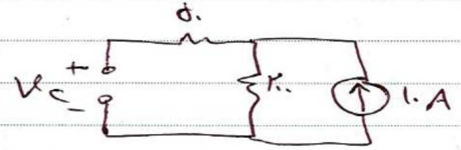
$i(0^+) = ?$

$i(۱,۵ms) = ?$

$i(۳ms) = ?$

حل:

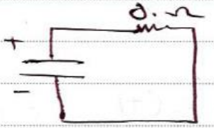
t<0 ⇒

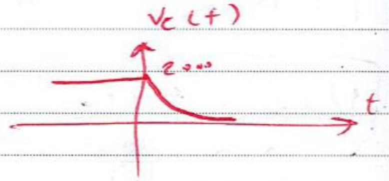

۵۰
+
vc
-
۲۰۰
۱۰A

$v_{c(0)} = (۱۰)(۲۰۰) = ۲۰۰۰ v$

---

t>0 ⇒





ورودی صفر ⇒ $v_c(t) = v_{c(0)} e^{-t/\tau}$

$\tau = RC = (۵۰)(۲۰ \times ۱۰^{-۶}) = ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{1}{\tau} = ۱۰۰۰$

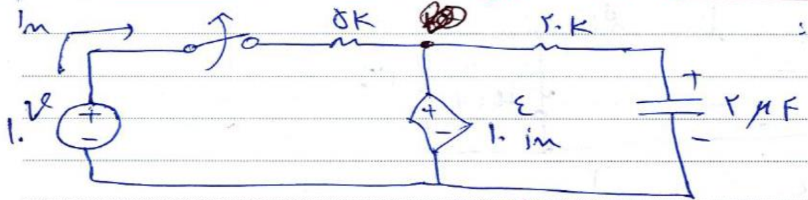
$$\boxed{v_{c(t)} = ۲۰۰۰ e^{-۱۰۰۰t}}$$

بعد از ۵ ثابت زمانی یعنی $t = ۵^{ms}$ مقدار $v_c(t) = 0$ می‌شود

و $i(0^+) = i(۱,۵ms) = i(۳ms) = 0$

این جریان مقاومت ۲۰۰ است که بعد از کلیدزنی صفر می‌شود

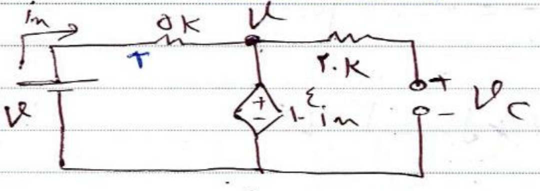
ص ۱۷ سوال ۱۵:


im
۵K
۲۰K
۱۰v
+
-
+
-
۱۰⁴ im
+
-
۲μF

$v_{c(t)} = ?$

$i_{c(t)} = ?$

t<0 ⇒


im
۵K
v
۲۰K
۱۰v
+
-
۱۰⁴ im
+
-
vc

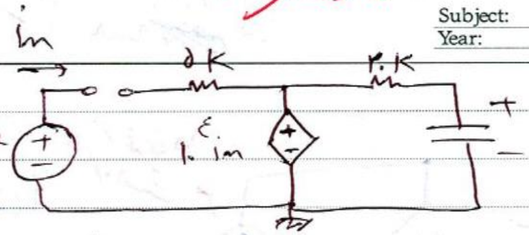
$$\begin{cases} v = ۱۰^{۴} i_m \\ i_m = \frac{۱۰ - v}{۵۰۰۰} \end{cases} \Rightarrow v = ۱۰^{۴} \frac{۱۰ - v}{۵۰۰۰} \Rightarrow$$

$v = ۲۰ - ۲v \Rightarrow ۳v = ۲۰ \Rightarrow v_{c(0)} = ۶,۶۶ v$

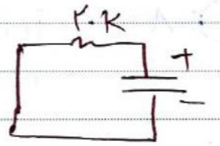
HELIA

حل ورودی صفر

$\boxed{t > 0} \Rightarrow$


i_m
۵K
۲۰K
۱۰V
$۱۰^۴ i_m$
+
−

$i_m = ۰ \Rightarrow$



ورودی صفر $\Rightarrow V_{C}(t) = V_{C}(۰) e^{-t/\tau}$

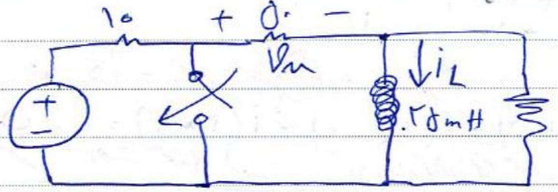
$\tau = RC = ۲۰ \times ۱۰^{۳} \times ۲ \times ۱۰^{-۶} = ۴۰\,m \Rightarrow \frac{1}{\tau} = ۲۵$

$\boxed{V_{C}(t) = ۶٫۶۶ e^{-۲۵t}}$ و $i_C(t) = \frac{V_C(t)}{۲۰\,K\Omega} = ۰٫۳۳۳ \times ۱۰^{-۳} e^{-۲۵t}$

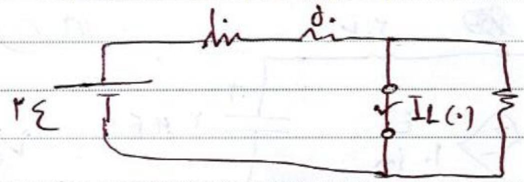
یا

$i_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt} = \ldots$

ص ۱۸ سؤال ۲۱ :


۱۰
+ ۵۰ −
V_m
i_L
۲۵mH
۳۰
۲۴

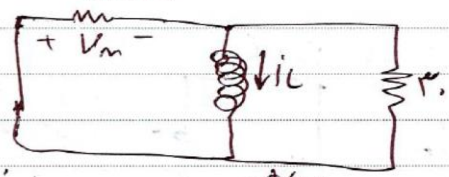
$\boxed{t < ۰} \Rightarrow$


۱۰
۵۰
۲۴
$I_L(۰)$
۳۰

$$\boxed{I_L(۰) = \frac{۲۴}{۶۰} = ۰٫۴A}$$

$V_m(۰^-) = ۰٫۴ \times ۵۰ = ۲۰\,V$

$t > ۰$



ورودی صفر $\Rightarrow i_L(t) = i_L(۰)e^{-t/\tau}$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{۲۵\times ۱۰^{-۳}}{۵۰||۳۰} = \frac{۴۰}{۳}\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{۱}{\tau} = ۷۵$$

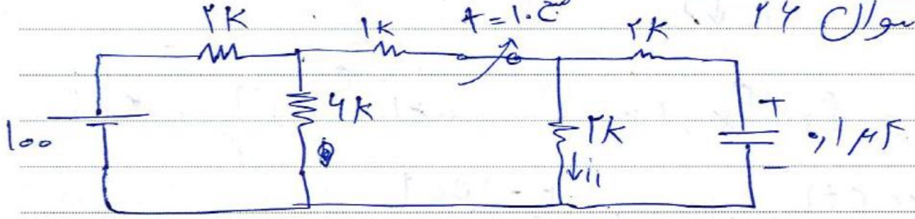
$$\boxed{i_L(t) = ۰{,}۴ e^{-۷۵t}}$$

مقسم جریان ⊖ $i_m(t) = -\frac{۳۰ \times i_L(t)}{۳۰+۵۰} = ۰{,}۱۵ e^{-۷۵t}$

$V_m(t) = ۵۰ \cdot i_m(t)$

$$\boxed{V_m(t) = ۷{,}۵ e^{-۷۵t}}$$

ص ۱۸ سوال ۲۶


۲K
۱K
t=۱۰ صبح
۲K
۴K
۲K
i_1
۱۰۰
+
−
۰,۱µF

$V_C(۹{,}۵۹) = ?$ و $V_C(۱۰{,}۰۵) = ?$

$i_1(۹{,}۵۹) = ?$ و $i_1(۱۰{,}۰۵) = ?$ و $i_1(\frac{۱}{۲}\tau) = ?$

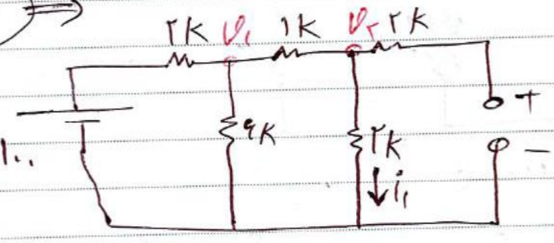
تذکر: ظرفیت خازن ۱F است و $\tau = 400s$ در می‌آید وهمهٔ مقادیر فوق قابل محاسبه می‌باشد.

پاسخ ورودی صفر

Subject:
Year: Month: Date:

حل :

$\boxed{t<۱۰}$ صبح ⟹



۱۰ ملاک عمل (هم صفر) ۵ ثانیه
قبل از زدن کلید
بعد از زدن کلید

$$\begin{cases}\frac{v_1-۱۰۰}{۲}+\frac{v_1}{۶}+\frac{v_1-v_۲}{۱}=۰\\[4pt] \frac{v_۲}{۲}+\frac{v_۲-v_1}{۱}=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۱۰v_1-۶v_۲=۳۰۰\\[4pt] ۵\times\;-۲v_1+۳v_۲=۰\end{cases}$$

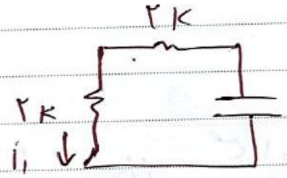
$$۹v_۲=۳۰۰\Rightarrow v_۲=۳۳/۳\,v$$

$$\boxed{v_C(۱۰^-)=v_C(۹/۵۹)=۳۳/۳\,v}$$

$$\boxed{i_1(۱۰^-)=i_1(۹/۵۹)=\frac{۳۳/۳}{۲K}=۱۶/۶۶\,mA}$$

τ واقعی $=۴۰۰\,\mu$

$\boxed{t>۱۰}$ صبح ⟹



ورودی صفر $\Rightarrow v_{C}(t)=v_{C}(۱۰)e^{-t/\tau}$

$v_c(\infty)=۰$

$$\tau=RC=۴\times۱۰^{۳}\times۰/۱\times۱۰^{-۶}=۰/۴\times۱۰^{-۳}\Rightarrow\frac{1}{\tau}=۲۵۰۰$$

$$i_1(t)=\frac{v_C(t)}{۴K}=۸/۳۳\times۱۰^{-۳}e^{-۲۵۰۰t}\qquad i_1(t)=c\frac{dv_C(t)}{dt}=۸/۳۳e^{-۲۵...}$$

~~چون ۵ دقیقه یعنی (۱۰/۰۵) بیش از ۵τ میباشد خازن یقیناً~~

~~تخلیه شده است~~ پس داریم

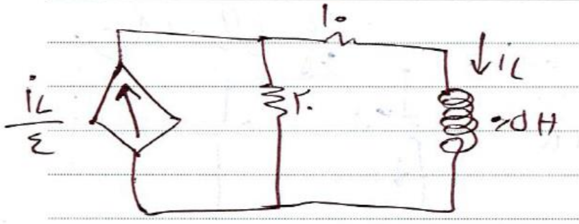
$v_C(۱۰/۰۵)=i_1(۱۰/۰۵)=$ جوابها غلط [illegible]
۲ تا ۴ [illegible] شده است عوض شود

۵ [illegible] شده
زمان سپری
بعد از کلید زدن

$$\boxed{i_1(۴\tau)=۸/۳۳\times۱۰^{-۳}e^{-۲۵۰۰\times۴\times۱۰^{-۳}}=۲/۴\,mA}$$

HELIA

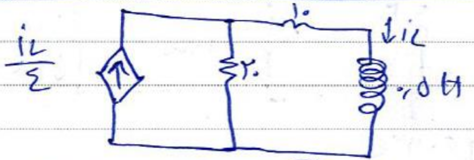
ص ۱۸ اس ۲۲


۱۰
i_L
$\frac{i_L}{۴}$
۲۰
۰/۵ H

$i_L(0) = ۱۰ A$ $i_L(t) = ?$

$\boxed{t<0} \Rightarrow i_L(0) = ۱۰ A$

$\boxed{t>0} \Rightarrow$

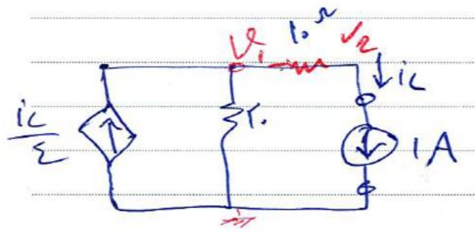

$\frac{i_L}{۴}$
۱۰
i_L
۲۰
۰/۵ H

ورودی صفر $\Rightarrow \boxed{i_L(t) = i_L(0)\, e^{-t/\tau}}$

بدست آوردن τ:

$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{۰/۵}{25} \Rightarrow \frac{1}{25} = \cancel{\frac{1}{۳۰}}$

بدست آوردن R_{eq} (R_N یا R_{th}):


v_1
۱۰Ω
v_2
i_L
$\frac{i_L}{۴}$
۲۰
۱A

$\frac{v_1 - v_2}{۱۰} = i_L = 1$

$-15 - v_2 = ۱۰$

$v_2 = -25 v$

$$\begin{cases} -\frac{i_L}{۴} + \frac{v_1}{۲۰} + 1 = 0 \\ i_L = 1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{۴} + \frac{v_1}{۲۰} + 1 = 0$$

$\Rightarrow v_1 = -15 v \Rightarrow R_{eq} = \frac{\overset{25}{\cancel{-15}}}{1} = 25 \Omega$

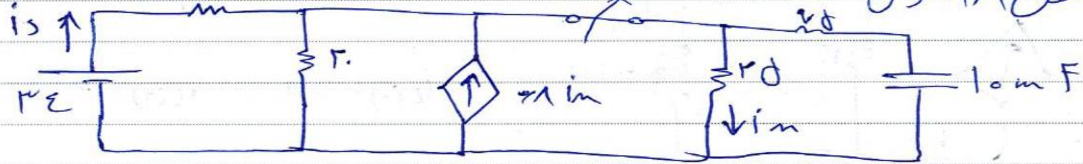
$v_2 = 25 v$

$i_L(t) = ۱۰ e^{-\overset{1}{\cancel{\tau}}\,25 t}$

HELIA

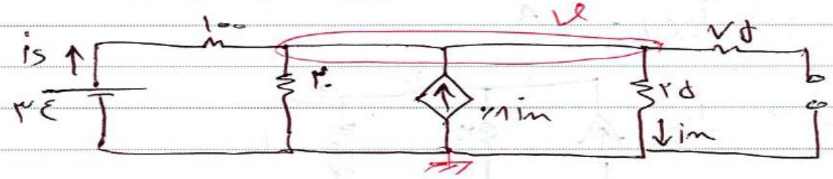
ن ورودی صفر

ص ۱۸ سوال ۲۷ :


۱۰۰
i_s
۳۴
۳۰
۰٫۸ i_n
۲۵
۳۵
i_n
۱۰ mF

$i_s(0^-)$ و $i_n(0^-)$ و $i_s(0^+)$ و $i_\alpha(0^+)$ و $i_n(0٫۴S)$

$t<0 \Rightarrow$


i_s
۱۰۰
v
۷۵
۳۴
۳۰
۰٫۸ i_n
۲۵
i_n

$$\begin{cases} \frac{v}{۲۵} - ۰٫۸\, i_n + \frac{v}{۲۰} + \frac{v - ۳۴}{۱۰۰} = ۰ \\ i_n = \frac{v}{۲۵} \end{cases}$$

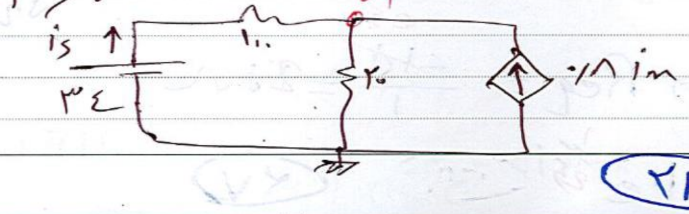
$$\frac{v}{۲۵} - ۰٫۸ \frac{v}{۲۵} + \frac{v}{۲۰} + \frac{v - ۳۴}{۱۰۰} = ۰ \xleftarrow{\times ۱۰۰}$$

$$۶٫۸\, v = ۳۴ \Rightarrow \boxed{v_{c(0^-)} = ۵V}$$

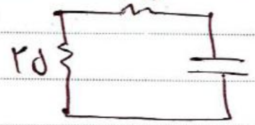
$$\boxed{i_n(0^-) = \frac{v}{۲۵} = \frac{۵}{۲۵} = ۰٫۲A} \checkmark$$

$$\boxed{i_s(0^-) = \frac{۳۴ - v}{۱۰۰} = \frac{۳۴ - ۵}{۱۰۰} = ۰٫۲۹} \checkmark$$

$t>0$


v_1
i_s
۱۰۰
۳۴
۲۰
۰٫۸ i_n

$t>۰$



ورودی صفر $\Rightarrow V_{C(t)} = V_{C(0)}\, e^{-t/\tau}$

$\tau = RC = 100 \times 10mF = 1S$

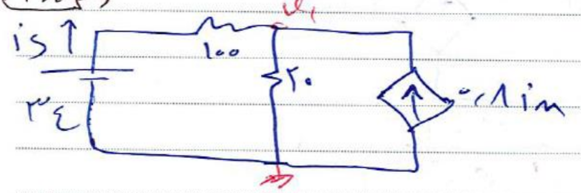
$$\boxed{V_C(t) = ۵e^{-t}}$$

$$i_m(t) = \frac{V_{C(t)}}{۱۰۰} = ۰٫۰۵\, e^{-t}$$

$$i_m(0^+) = ۰٫۰۵\, e^{0} = \boxed{۰٫۰۵\ A}$$ ✓

$$i_m(۰٫۴S) = ۰٫۰۵\, e^{-۰٫۴} = \boxed{۰٫۰۳۳A}$$ ✓

$\boxed{t>۰} \Rightarrow$



$$\begin{cases} \dfrac{v-۳۴}{۱۰۰} + \dfrac{v}{۲۰} - ۰٫۸\, i_m = ۰ \\ i_m = ۰٫۰۵ \end{cases} \Rightarrow \frac{v-۳۴}{۱۰۰} + \frac{v}{۲۰} - \frac{۴}{۱۰۰} = ۰$$

$$v = \frac{۳۸}{۶} = ۶٫۳۳$$

$$i_s(0^+) = \frac{۳۴ - v_1}{۱۰۰} = \boxed{۲٫۷۶۷ \times ۱۰^{-۳} A}$$