سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

مثال: جابجایی ذره ای که محدود به حرکت در یک خط مستقیم است توسط رابطه $s=2t^3-24t+6$ داده شده که در آن s برحسب متر از نقطه مرجع مناسبی اندازه گیری شده و t برحسب ثانیه می باشد. مطلوب است: (الف) زمان لازم که ذره از شرایط اولیه $t=0$ برای رسیدن به سرعت ۷۲ متر بر ثانیه نیاز دارد. (ب) شتاب ذره هنگامیکه سرعت آن ۳۰ متر بر ثانیه است. (ج) جابجایی خالص ذره در فاصله زمانی $t=1s$ تا $t=4s$.

حل:

با مشتق گیری از رابطه جابجایی، رابطه سرعت و شتاب را بدست می آوریم.

$$v=\dot{s} \Rightarrow v=6t^2-24$$

$$a=\dot{v}=\ddot{s} \Rightarrow a=12t$$

(الف) با مساوی قرار دادن رابطه سرعت با ۷۲ متر بر ثانیه، داریم:

$$v=6t^2-24=72$$

$$6t^2-24-72=0 \Rightarrow t=4\ s$$

معادله درجه دوم، دو جواب دارد (4+ و 4-). زمان با مقدار مثبت جواب می باشد. زمان منفی فاقد مفهوم فیزیکی می باشد.

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

مثال: جابجایی ذره ای که محدود به حرکت در یک خط مستقیم است توسط رابطه $s=2t^3-24t+6$ داده شده که در آن s برحسب متر از نقطه مرجع مناسبی اندازه گیری شده و t برحسب ثانیه می باشد. مطلوب است: (الف) زمان لازم که ذره از شرایط اولیه $t=0$ برای رسیدن به سرعت ۷۲ متر بر ثانیه نیاز دارد. (ب) شتاب ذره هنگامیکه سرعت آن ۳۰ متر بر ثانیه است. (ج) جابجایی خالص ذره در فاصله زمانی $t=1s$ تا $t=4s$.

ادامه حل:

(ب) با مساوی قرار دادن رابطه سرعت با ۳۰ متر بر ثانیه، زمان لازم برای رسیدن به این سرعت را بدست می آوریم.

$$v = 6t^2 - 24 = 30$$

$$6t^2 - 24 - 30 = 0 \;\Rightarrow\; t = 3\ s$$

شتاب متناظر با زمان $t=3s$ برابر است با:

$$a = 12t \;\Rightarrow\; a = 12(3) = 36\ m/s^2$$

(ج) جابجایی خالص در بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

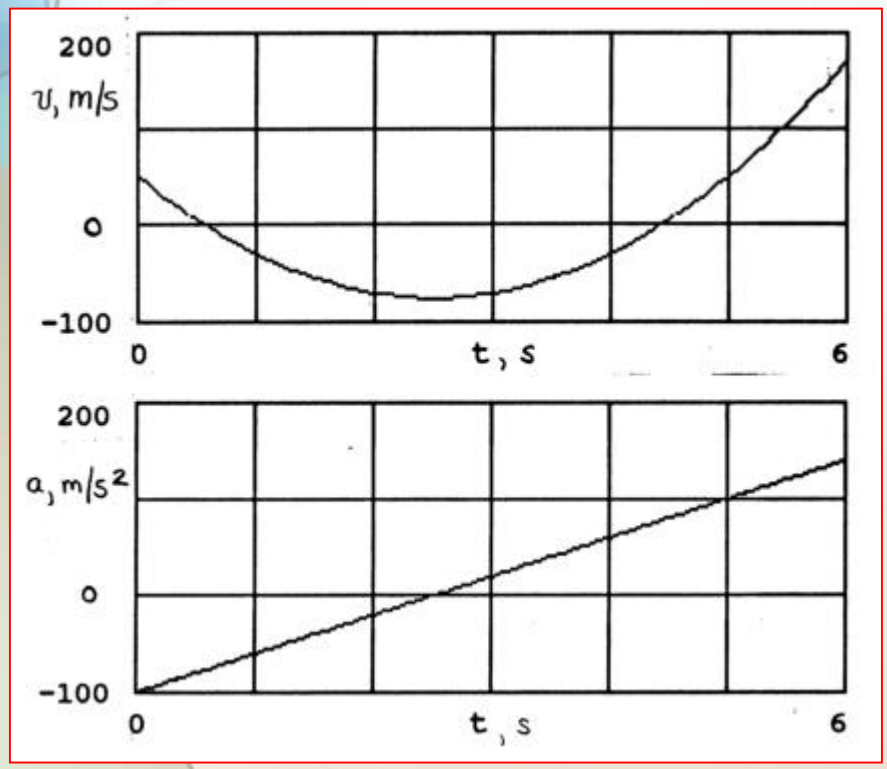
$$\Delta s = s(4) - s(1)$$

$$\Delta s = \left(2(4)^3 - 24(4) + 6\right) - \left(2(1)^3 - 24(1) + 6\right) = 54\,m$$

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

مثال: سرعت ذره ای توسط رابطه $v=20t^2-100t+50$ داده شده که در آن v برحسب متر بر ثانیه و t برحسب ثانیه می باشد. سرعت v و شتاب a را برحسب زمان برای ۶ ثانیه اول حرکت رسم کنید و سرعت را هنگامیکه شتاب صفر است معین کنید.



حل:

$$v = 20t^2 - 100t + 50$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 40t - 100$$

$$a = 0 \Rightarrow 40t - 100 = 0 \Rightarrow t = 2.5s$$

در $t=2.5s$ داریم:

$$v = 20(2.5)^2 - 100(2.5) + 50 \Rightarrow v = -75m/s$$

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

مثال: خلبان یک هواپیمای جت، قبل از رها کردن ترمزها در حالیکه هواپیما روی باند فرودگاه در حال توقف است، موتورها را به توان ماکزیمم می رساند. نیروی رانش ثابت می ماند و هواپیما با شتاب تقریبا ثابت $0.4g$ شروع به حرکت می کند. اگر سرعت هواپیما در لحظه ترک باند ۲۰۰ کیلومتر بر ساعت باشد، مطلوبست محاسبه فاصله s و زمان t از شروع حرکت تا ترک باند فرودگاه. ($g=9.81m/s^2$)

حل:

برای تبدیل کیلومتر بر ساعت به متر بر ثانیه، سرعت را بر ۳.۶ تقسیم می کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(s - s_0)$$

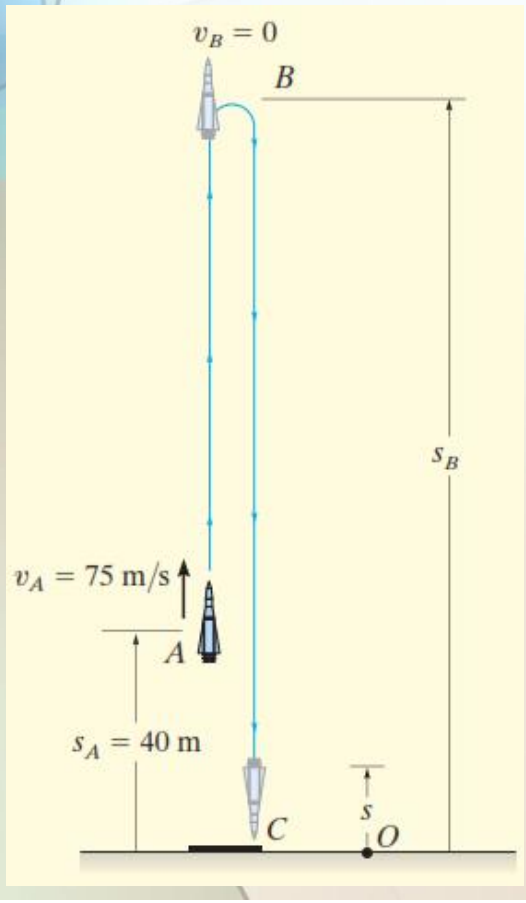
$$(\frac{200}{3.6})^2 - 0 = 2(0.4*9.81)s \Rightarrow s = 393m$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow (\frac{200}{3.6}) = 0.4(9.81)t + 0$$

$$t = 14.16s$$

سینماتیک ذره:
حرکت مستقیم الخط:

مثال: در حین تست یک راکت، در ارتفاع ۴۰ متری از سطح زمین و با سرعت ۷۵ متر بر ثانیه، موتور آن از کار می افتد. مطلوب است حداکثر ارتفاع طی شده توسط راکت و سرعت برخورد آن با زمین. از مقاومت هوا صرفنظر کنید ($g=9.81 m/s^2$)



حل:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a_c(s_B - s_A)$$
$$0 - 75^2 = 2(-9.81)(s_B - 40) \Rightarrow s_B = 327\text{m}$$

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a_c(s_C - s_B)$$
$$v_C^2 - 0 = 2(9.81)(0 - 327)$$
$$v_C = -80.1\text{m/s}$$