دانشکده فنی انقلاب اسلامی

دانشگاه فنی و حرفه‌ای

جزوه

درس دینامیک و ارتعاشات

مدرس:

دکتر سید حمید موسوی

استادیار و عضو هیات علمی گروه مهندسی مکانیک، دانشکده انقلاب اسلامی

درس دینامیک

فهرست مطالب:

- ✓ **دینامیک**
  - o سینماتیک ذره
  - o سینتیک ذره
- ✓ **ارتعاشات**
  - o ارتعاشات آزاد سیستم یک درجه آزادی
  - o ارتعاشات تحریک شده سیستم یک درجه آزادی

درس دینامیک

مقدمه علم دینامیک:

شاخه ای از علم مکانیک است که درمورد حرکت اجسام در اثر اعمال نیرو بحث می کند، که شامل دو بخش مجزا می باشد:

۱- سینماتیک: مطالعه حرکت بدون درنظر گرفتن عامل آن (مثلا نیرو) و به بررسی پارامترهایی نظیر جابجایی، سرعت و شتاب می پردازد.

۲- سینتیک: مطالعه عامل حرکت یعنی نیروهای وارد بر جسم و تغییرات ناشی از آنها

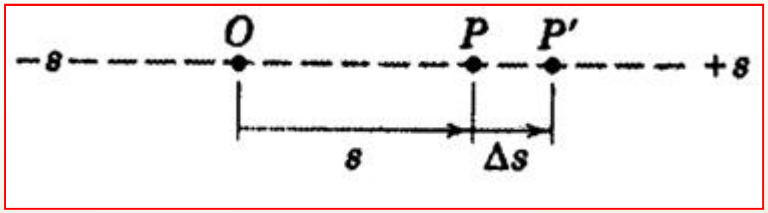
از منظر دیگر دینامیک اجسام به دو دسته تقسیم می شوند:

۱- دینامیک ذرات
۲- دینامیک جسم صلب

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

ذره P را که در امتداد یک خط مستقیم حرکت می نماید درنظر بگیرید. موقعیت P در هر لحظه از زمان t توسط فاصله s آن از یک مبداء ثابت O در روی خط مشخص می گردد. در زمان $t+\Delta t$ ذره به $\acute{P}$ حرکت نموده و مختصاتش به $s+\Delta s$ می رسد. تغییرات موقعیت مختصات در فاصله زمانی Δt را جابجایی Δs می نامند. اگر ذره در جهت منفی s حرکت کند، جابجایی باید منفی در نظر گرفته شود.



تحلیل سرعت:

سرعت متوسط ذره در مدت زمان Δt از تقسیم جابجایی بر مدت زمان آن بدست می آید ($v_{av}=\Delta s/\Delta t$). اگر Δt کوچکتر شده و به سمت صفر میل نماید، سرعت متوسط به سرعت لحظه ای ذره نزدیک می گردد که عبارت است از:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

بنابراین، سرعت، آهنگ تغییرات زمانی مختصات موقعیت s می باشد. سرعت مثبت یا منفی بستگی به جابجایی مثبت یا منفی دارد.

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

تحلیل شتاب:

شتاب متوسط یک ذره در طی مدت زمان Δt از تقسیم تغییرات سرعت بر زمان آن تغییرات بدست می آید ($a_{av}=\Delta v/\Delta t$). اگر Δt کوچکتر شده و به سمت صفر میل نماید، شتاب متوسط به شتاب لحظه ای تبدیل می گردد.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}$$

با افزایش یا کاهش سرعت، شتاب مثبت یا منفی خواهد بود. توجه داشته باشید که شتاب می تواند مثبت باشد، اگر چه سرعتش منفی بوده است. اگر سرعت ذره در حال کاهش باشد، حرکت آن کند شونده است. چنانچه در حرکت مستقیم الخط می بینیم، سرعت و شتاب کمیت های برداری هستند. در حرکت مستقیم الخط، جهت بردار در امتداد مسیر توسط علامت مثبت یا منفی مشخص می گردد. با حذف dt از معادلات فوق، معادله دیفرانسیلی بدست خواهد آمد که تغییر مکان، سرعت و شتاب را با هم مرتبط می سازد.

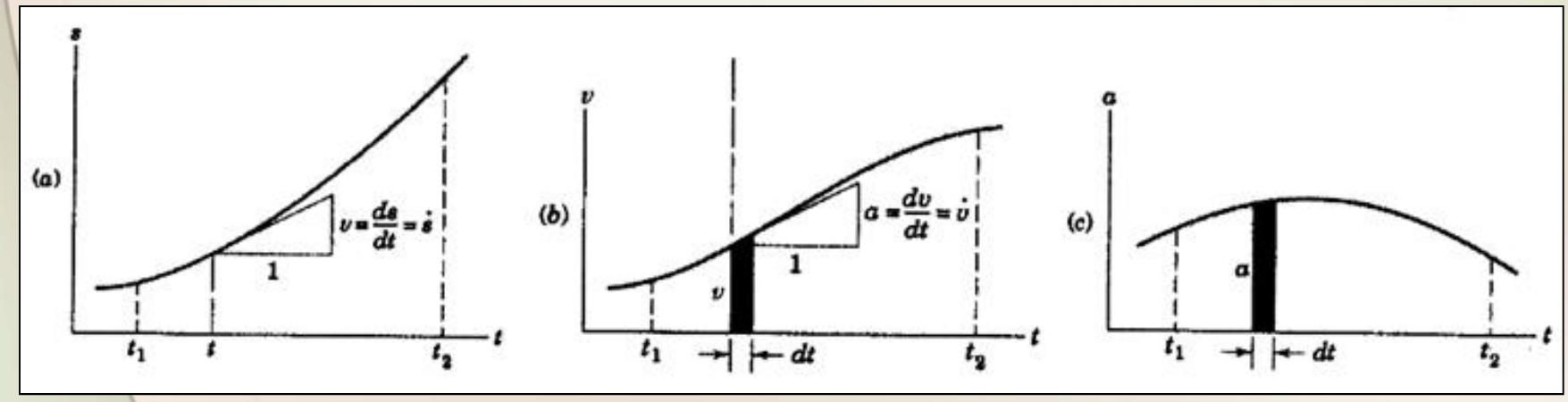
$$v dv = a ds \quad \text{or} \quad \dot{s} d\dot{s} = \ddot{s} ds$$

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

روش ترسیمی:

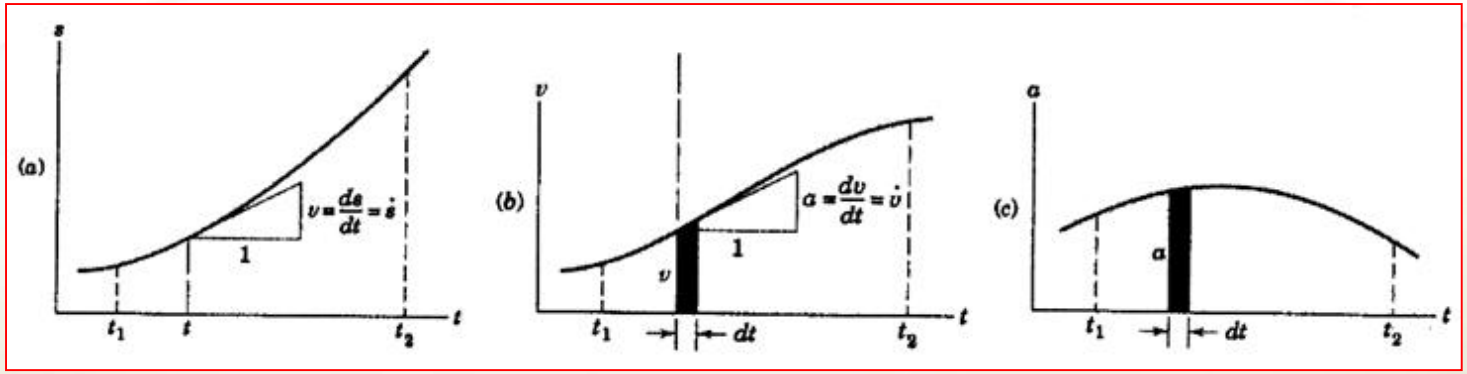
اگر روابط بین s، v، a و t به صورت ترسیمی ارائه شوند، تحلیل معادلات دیفرانسیل حاکم بر حرکت مستقیم الخط بطور قابل ملاحظه ای ساده می شود. شکل پایین سمت چپ (a)، تغییرات s را برحسب t از زمان t_1 تا t_2 در یک حرکت مستقیم نشان می دهد. با رسم مماس بر منحنی در هر زمان t و بدست آوردن شیب آن، سرعت یا v=ds/dt حاصل می شود. بنابراین سرعت در تمامی نقاط منحنی به ترتیب تعیین و رسم آن برحسب زمان منحنی (b) را می دهد. به همین ترتیب شیب dv/dt از منحنی v-t در هر لحظه، شتاب لحظه ای را می دهد (شکل c).



سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

روش ترسیمی:



$$\int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt$$

(سطح زیر منحنی v-t) = s_2-s_1 :

$$\int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt$$

(سطح زیر منحنی a-t) = v_2-v_1 :

با استفاده از رابطه: $v\,dv = d(\frac{v^2}{2})$

$$\int_{v_1}^{v_2} v\,dv = \int_{s_1}^{s_2} a\,ds$$

(سطح زیر منحنی a-s) = $\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$:

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

تحلیل انتگرالی:

اگر مختصه موقعیتی s به ازای تمام مقادیر زمانی معلوم باشد، مشتق گیری متوالی ریاضی یا ترسیمی نسبت به t، به ترتیب سرعت و شتاب را خواهد داد. در بسیاری از مسائل رابطه بین جابجایی و زمان مجهول بوده و بایستی با انتگرالگیری متوالی از شتاب بدست آید. شتاب را با استفاده از نیروهای وارد بر جسم در حال حرکت و از روابط سینتیکی می توان بدست آورد. شتاب را می توان بسته به ماهیت نیروها، برحسب تابعی از زمان، سرعت، جابجایی یا ترکیبی از این توابع مشخص کرد.

شتاب ثابت:

با شرایط اولیه: $s=s_0$، $v=v_0$ و $t=0$ داریم:

$$\int_{v_0}^{v} dv = a\int_{0}^{t} dt \Rightarrow v = at + v_0$$

$$\int_{v_0}^{v} vdv = a\int_{s_0}^{s} ds \Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a(s - s_0)$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} vdt \Rightarrow \int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} (at + v_0)dt \Rightarrow s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$$

این روابط فقط در حالت شتاب ثابت صحت دارند. حدود انتگرال ها بستگی به شرایط اولیه و نهایی حرکت داشته و ممکن است در مسائل دیگر متفاوت باشد.

سینماتیک ذره:

حرکت مستقیم الخط:

تحلیل انتگرالی:

شتاب بعنوان تابعی از زمان

بافرض $a=f(t)$ و استفاده از روابط انتگرالی بیان شده، داریم:

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} f(t)dt \quad \Rightarrow \quad v = v_0 + \int_{0}^{t} f(t)dt$$

برای تعیین جابجایی s بافرض $a=f(t)$ و استفاده از روابط انتگرالی بیان شده، داریم:

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} vdt \quad \Rightarrow \quad \int_{s_0}^{s} ds = \int_{0}^{t} \left(v_0 + \int_{0}^{t} f(t)dt \right) dt$$

$$s = s_0 + \int_{0}^{t} \left(v_0 + \int_{0}^{t} f(t)dt \right) dt$$

اگر از انتگرال گیری نامعین استفاده شود، ثابت های انتگرال گیری از شرایط انتهایی تعیین می شوند.